引用格式:姚云龙,安永旺,曾峰,等.基于地球椭球模型的地基无源定位解析算法研究[J]. 信息对抗技术,2022, 1(3):66-75.[YAO Yunlong, AN Yongwang, ZENG Feng, et al. An analytical algorithm of passive location based on earth ellipsoid model[J]. Information Countermeasure Technology, 2022, 1(3):66-75.(in Chinese)]

基于地球椭球模型的地基无源定位解析算法研究

姚云龙[1],安永旺[2*],曾　峰[1],张怡霄[1],郝丙飞[1]

(1. 96816 部队,浙江金华 322109; 2. 国防科技大学电子对抗学院,安徽合肥 230037)

摘　要　对于多站无源定位而言,采用最小二乘等方式的解析算法通常要求增加冗余站实现方程组的线性转化,算法成本和复杂度高,采用泰勒展开等方式的迭代算法在初值较差时易迭代发散、陷入局部最优。针对此类问题,结合地基无源侦察特点和时差中点测向特性,提出了 3 种基于地球椭球模型的地基无源定位近似解析算法。仿真验证表明,测向定位近似解析算法精度很高,可替代迭代法进行工程应用,时差定位和联合定位近似解析算法作为迭代法初值时能够快速实现迭代收敛。相较于传统的解析算法,提出的 3 种近似解析算法计算复杂度低,无需增加冗余观测站且不涉及高次方程求解。

关键词　无源定位;测向定位;时差定位;解析算法

中图分类号　TN 958.97　　**文献标志码**　A　　**文章编号**　2097-163X(2022)03-0066-10

DOI　10.12399/j.issn.2097-163x.2022.03.006

An analytical algorithm of passive location based on earth ellipsoid model

YAO Yunlong[1], AN Yongwang[2*], ZENG Feng[1], ZHANG Yixiao[1], HAO Bingfei[1]

(1. Unit 96816 of the PLA, Jinhua 322109, China;
2. College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract　For multi-station passive location, analytical algorithms such as linear least squares usually required to add redundant stations to achieve linear transformation of equations, and iterative algorithms such as Taylor expansion were easy to diverge and trap in local optimization. To solve these problems, combined with the characteristics of ground－base passive reconnaissance and TDOA midpoint direction finding method, we proposes three approximate analytical algorithms of ground-base passive location based on earth ellipsoid model. Simulation results showed that the accuracy of approximate analytical algorithm was very high, so it could replace iterative algorithm for engineering application. The approximate analytical algorithm of TDOA location and joint location had high accuracy, and could quickly realize iterative convergence when it was used as the initial value of iterative algorithm. Compared with the traditional analytical algorithms, the three algorithms are easy to calculate, do not need

收稿日期:2022-05-28　　**修回日期**:2022-06-28

通信作者:安永旺,E-mail:596948383@qq.com

作者简介:姚云龙(1988—),男,工程师,研究方向为雷达信号处理; 安永旺(1983—),男,副教授,研究方向为电子对抗、信号处理; 曾峰(1987—),男,助理工程师,研究方向为信号处理; 张怡霄(1990—),男,助理工程师,研究方向为信号处理; 郝丙飞(1992—),男,助理工程师,研究方向为信号处理

基金项目:军事理论科研计划重点资助项目(22-JSLLKY-011)

redundant stations and higher order equations.

Keywords　passive location; direction of arrival location; time differences of arrival location; analytical algorithm

0　引言

无源侦察具有全时控守、稳定连续、多域覆盖等特点，通过多个无源观测站对电磁辐射源信号的协同侦察与联合定位，可以掌握电磁目标及所属平台的空间属性和个体特征等信息，为准确识别目标、掌握目标状态和研判作战意图提供情报来源，为电磁干扰提供目标引导，为火力打击提供定位引导，是获取与生成电磁态势的重要手段。其中的无源定位算法对于提升无源侦察定位能力具有重要的作用。

无源定位算法的核心是非线性方程组求解问题，主要分为解析法和迭代法[1]。对于解析法（闭式解），典型如最小二乘法、总体最小二乘法，需要通过增加冗余站将非线性方程组近似转化为伪线性方程组求解[2]，定位精度易受信噪比影响，从而偏离克拉美罗界[3]。对于迭代法，主要是通过泰勒展开忽略高阶项，而后利用牛顿法、梯度下降等方法迭代求解，此类算法能够以任意精度逼近真实解，但计算量较大，且当初值距离目标较远时可能导致迭代发散或陷入局部最优。

本文主要研究基于地球椭球模型的地基无源定位算法，针对目标距离远大于目标高程、高程可近似为 0 的超视距目标，提出了测向定位、时差定位和测向/时差联合定位 3 种方式的近似解析算法，具有计算量少、精度高的特性。对于测向定位，不同于传统的解析算法，而是在站心坐标系中利用地基侦察特性将俯仰近似为 0（对 1 000 km 范围内远距离目标），再通过坐标转换得到高精度近似解析结果。对于时差定位，不同于传统的 Chan 算法[4]或相关改进算法，而是充分利用时差中点测向特性[5]，将时差定位转化为测向定位近似求解。对于测向/时差联合定位，则综合利用时差和测向特性，转化为测向定位近似求解。

1　坐标系转换

无源定位首先要考虑空间坐标校准问题，多个站观测到的方位、时差信息需要转换到同一个参考坐标系中分析，从而实现对目标定位信息的精确解析。通常，观测站和目标位置使用经度 L、纬度 B 和高程 H 表示，对应于大地坐标系，如图 1 所示。

在进行定位解算过程中，常常需要将大地坐标系中的（L，B，H）坐标点转换到其他坐标系进行计算，这里直接给出后续算法需要用到的转换公式。

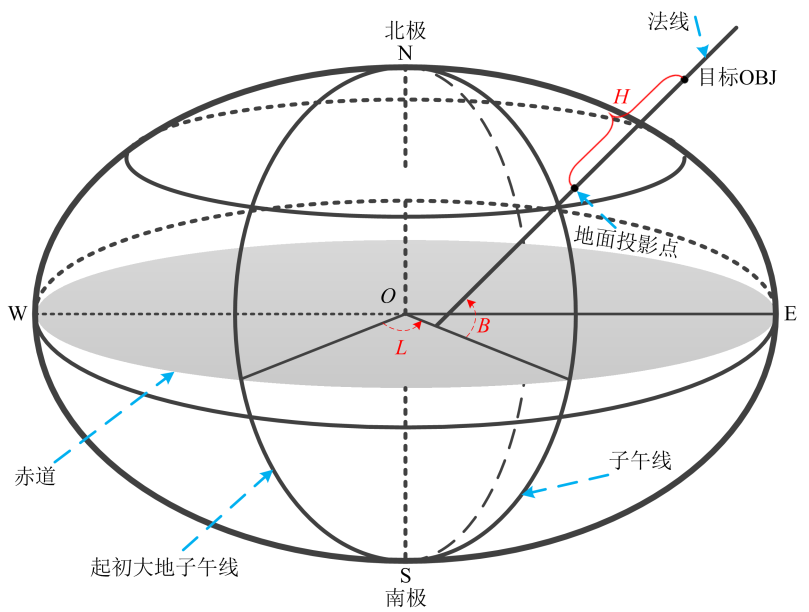


图 1　大地坐标系几何模型

Fig. 1　Geometrical model of the geodetic coordinate system

1.1 大地坐标转换为大地直角坐标

对于大地坐标系(L,B,H)转换为大地直角坐标系(X,Y,Z)，有：

$$\begin{cases}X=(N+H)\cos B\cos L\\Y=(N+H)\cos B\sin L\\Z=[N(1-e_1^2)+H]\sin B\end{cases}\tag{1}$$

式中，$e_1=\sqrt{\dfrac{a^2-b^2}{a^2}}$为子午椭圆第一偏心率，$N=\dfrac{a}{\sqrt{1-e_1^2\sin^2 B}}$为卯酉圆曲率半径，$a$为地球参考椭球长半径，$b$为地球参考椭球短半径。大地直角坐标系也称地心地固坐标系(笛卡尔坐标)，在该坐标系下可求解两点之间距离。

1.2 大地直角坐标转换为大地坐标

若已知(X,Y,Z)求解(L,B,H)，可以采用迭代法，为简化计算，使用文献[1]给出的直接法，在$H<1\ 000$ km时可以提供好于厘米级的精度。转换关系为：

$$\begin{cases}L=\arctan\dfrac{Y}{X}\\B=\arctan\dfrac{Z+be_2^2\sin^3\theta}{\sqrt{X^2+Y^2}-ae_1^2\cos^3\theta}\\H=\dfrac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\cos B}-N\end{cases}\tag{2}$$

式中，$\theta=\arctan\dfrac{aZ}{b\sqrt{X^2+Y^2}}$为辅助量，$e_2=\sqrt{\dfrac{a^2-b^2}{b^2}}$为子午椭圆第二偏心率。

1.3 大地直角坐标转换为站心坐标

对于大地直角坐标系(X,Y,Z)转换为站心坐标系(x,y,z)，有：

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\boldsymbol{S}\cdot\begin{bmatrix}X-X_0\\Y-Y_0\\Z-Z_0\end{bmatrix}\tag{3}$$

式中，(X_0,Y_0,Z_0)为观测站所在大地直角坐标。(L_0,B_0,H_0)为观测站所在大地坐标，$\boldsymbol{S}$的计算公式为：

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}-\sin L_0 & \cos L_0 & 0\\-\sin B_0\cos L_0 & -\sin B_0\sin L_0 & \cos B_0\\\cos B_0\cos L_0 & \cos B_0\sin L_0 & \sin B_0\end{bmatrix}\tag{4}$$

站心坐标系是以观测站为原点的坐标系(3个坐标轴分别指向相互垂直的东向、北向和天向)，也称测量直角坐标系[1]，在该坐标系下可求解两点之间距离、方位和俯仰角。

1.4 站心坐标转换为大地直角坐标

对于站心坐标系(x,y,z)→大地直角坐标系(X,Y,Z)，有：

$$\begin{bmatrix}X\\Y\\Z\end{bmatrix}=\boldsymbol{S}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}X_0\\Y_0\\Z_0\end{bmatrix}\tag{5}$$

可直接利用式(3)进行矩阵变换，从而得到式(5)。其中，(X_0,Y_0,Z_0)为观测站所在大地直角坐标，(L_0,B_0,H_0)为观测站所在大地坐标，$\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}$为$\boldsymbol{S}$的转置矩阵，计算公式为：

$$\boldsymbol{S}^{-1}=\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}-\sin L_0 & -\sin B_0\cos L_0 & \cos B_0\cos L_0\\\cos L_0 & -\sin B_0\sin L_0 & \cos B_0\sin L_0\\0 & \cos B_0 & \sin B_0\end{bmatrix}\tag{6}$$

2 迭代求解算法

结合坐标系转换方法，这里给出两点之间距离和方位的求解公式，为后续算法中建立方程组提供支撑。地基无源定位主要是获取电磁目标的经度和纬度(通常忽略高度)，对于地基观测站，设其高程为0，当目标距离远大于目标高程时，在计算时可将其高程近似为0，从而简化运算。设观测站坐标为(L_0,B_0)，目标坐标为(L,B)，根据式(1)可求得观测站和目标的大地直角坐标分别为(X_0,Y_0,Z_0)和(X,Y,Z)，根据式(3)求得目标站心坐标为(x,y,z)。则目标与观测站距离为：

$$d_{\mathrm{dis}}(L,B,L_0,B_0)=\sqrt{(X-X_0)^2+(Y-Y_0)^2+(Z-Z_0)^2}\tag{7}$$

目标相对于观测站的方位为：

$$\phi_{\mathrm{doa}}(L,B,L_0,B_0)=\begin{cases}\arctan\left(\dfrac{x}{y}\right), & x>0\text{ 和 }y>0\\\pi+\arctan\left(\dfrac{x}{y}\right), & y<0\\2\pi+\arctan\left(\dfrac{x}{y}\right), & x<0\text{ 和 }y>0\end{cases}\tag{8}$$

2.1 测向定位求解

测向定位主要是基于地基无源观测站的角度测量值实现辐射源定位，即测向线几何相交确

定目标位置，是最早提出的定位方法，也是当前最成熟、最实用的定位方法。

假设需定位的目标坐标为(L,B)，已知观测站 A 坐标为(L_A,B_A)，测得目标方位为φ_A，观测站 B 坐标为(L_B,B_B)，测得目标方位为φ_B。则可联立方程组求解：

$$\begin{cases}\phi_{\text{doa}}(L,B,L_A,B_A)-\varphi_A=0\\ \phi_{\text{doa}}(L,B,L_B,B_B)-\varphi_B=0\end{cases} \tag{9}$$

为便于展开计算，令$f_1(L,B)=\phi_{\text{doa}}(L,B,L_A,B_A)-\varphi_A$，$f_2(L,B)=\phi_{\text{doa}}(L,B,L_B,B_B)-\varphi_B$。利用泰勒级数法，将其一阶展开，忽略高阶项转化为近似线性方程组：

$$\begin{cases}f_1(L,B)\approx f_1(L_0,B_0)+\dfrac{\partial f_1(L_0,B_0)}{\partial L}\cdot\\ \quad (L-L_0)+\dfrac{\partial f_1(L_0,B_0)}{\partial B}\cdot(B-B_0)\\ f_2(L,B)\approx f_2(L_0,B_0)+\dfrac{\partial f_2(L_0,B_0)}{\partial L}\cdot\\ \quad (L-L_0)+\dfrac{\partial f_2(L_0,B_0)}{\partial B}\cdot(B-B_0)\end{cases} \tag{10}$$

式中，(x_0,y_0)为目标位置初值（可以使用解析法得出），尔后将求出的近似解进行迭代更新[3]。

2.2　时差定位求解

时差定位主要是通过信号到达多个地基无源观测站时间差实现辐射源定位，即双曲线几何相交确定目标位置。在相同的基线配置情况下，时差定位精度优于传统测向定位精度，且其天线瞬时波束范围宽，易实现连续跟踪定位。

如图 2 所示，基于转发式时差系统，假设需定位的目标坐标为(L,B)，已知 3 个观测站 A、B、C 坐标分别为(L_A,B_A)，(L_B,B_B)，(L_C,B_C)。以 B 站为基准，A、C 站收到的目标信号实时转发到 B 站，由 B 站测量信号到达时差。测得 A 和 B 站的时差为t_1，C 和 B 站的时差为t_2，A、B 站间系统时延为τ_1，B、C 站间系统时延为τ_2。则可联立方程组求解：

$$\begin{cases}d_{\text{dis}}(L,B,L_A,B_A)-d_{\text{dis}}(L,B,L_B,B_B)+\\ \quad d_{\text{dis}}(L_A,B_A,L_B,B_B)+c\tau_1=ct_1\\ d_{\text{dis}}(L,B,L_C,B_C)-d_{\text{dis}}(L,B,L_B,B_B)+\\ \quad d_{\text{dis}}(L_C,B_C,L_B,B_B)+c\tau_2=ct_2\end{cases} \tag{11}$$

式中，c为光速。接下来同前文算法一致，将上述方程组通过泰勒展开，尔后通过迭代求解出定位值。时差定位迭代法求解中需要注意的是，在迭代更新$s^{(k)}$值时，可设置阻尼系数，即$s^{(k+1)}=s^{(k)}+m\Delta s^{(k)}$，通过控制$m$解决迭代步长太大不收敛或步长太小迭代次数太多的问题。

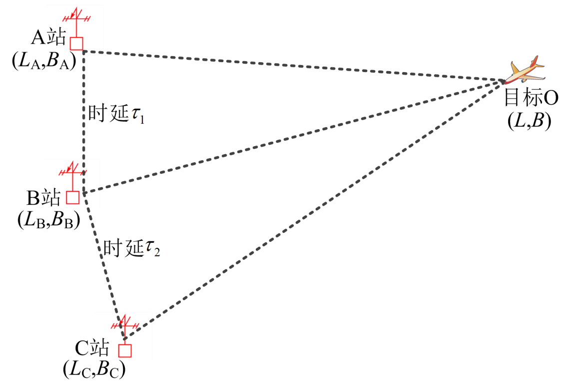


图 2　时差定位示意图

Fig. 2　Schematic diagram of TDOA

2.3　测向/时差联合定位求解

本文中联合定位主要是指综合利用多个观测站的时差和测向数据对辐射源进行定位的方法。位置关系如图 3 所示，目标辐射源信号到达 A、B 观测站的时差可以转化为一条单边时差曲线，通过与 C 观测站的测向线交叉，可定位出目标位置。需要说明的是，A、B 站时差中包含了信号转发时间，其值始终为正值（三角形两边之和大于第 3 边），则信号到达 A、B 站距离差可唯一确定（非绝对值），故只存在一条单边时差曲线。

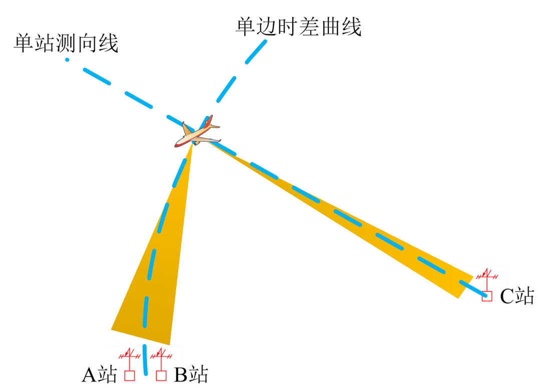


图 3　联合定位示意图

Fig. 3　Schematic diagram of the joint location

假设需定位的目标坐标为(L,B)，已知 3 个观测站 A、B、C 坐标分别为(L_A,B_A)，(L_B,B_B)，(L_C,B_C)，以 B 站为基准，A 站收到的目标信号实时转发到 B 站，由 B 站测量信号到达时差。测得 A 和 B 站的时差为t_1，C 站的测向方位为φ_1， A、B站间系统时延为τ_1。则可联立方程组求解：

$$\begin{cases} d_{\mathrm{dis}}(L,B,L_A,B_A)-d_{\mathrm{dis}}(L,B,L_B,B_B)+ \\ \quad d_{\mathrm{dis}}(L_A,B_A,L_B,B_B)+c\tau_1=ct_1 \\ \phi_{\mathrm{doa}}(L,B,L_C,B_C)=\varphi_1 \end{cases} \tag{12}$$

综合测向定位和时差定位的迭代求解方法，通过泰勒展开转换为近似线性方程组即可实现联合定位的求解，推导过程不再赘述。当A、B站中点目标、C站在近乎一条直线上时，该方法可能会出现2个解(几何上有2个交点)，可引入其他观测站数据进行排除。

3 近似解析算法

通常，无源定位解析算法采用线性最小二乘法、两次加权最小二乘法等方法，可在二次等式约束条件下获得渐进最优的定位精度[6]。本文提出的近似解析算法则是利用地基观测站特性基于站心坐标系联立方程近似求解，无需增加冗余站和求解高次方程解。

3.1 测向定位求解

在站心坐标系中，假设需定位的目标相对于观测站A的坐标为(x_1,y_1,z_1)，相对于观测站B的坐标为(x_2,y_2,z_2)。已知观测站A坐标为(L_A,B_A)，测得目标方位为φ_A，观测站B坐标为(L_B,B_B)，测得目标方位为φ_B。利用式(1)，可得观测站A、B的大地直角坐标分别为(X_A,Y_A,Z_A)、(X_B,Y_B,Z_B)。由式(3)和式(8)可得：

$$\boldsymbol{S}_1^{-1}\cdot\begin{bmatrix} y_1\tan\varphi_A \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}= \boldsymbol{S}_2^{-1}\cdot\begin{bmatrix} y_2\tan\varphi_B \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} \tag{13}$$

式中，

$$\boldsymbol{S}_1^{-1}=\begin{bmatrix} -\sin L_A & -\sin B_A\cos L_A & \cos B_A\cos L_A \\ \cos L_A & -\sin B_A\sin L_A & \cos B_A\sin L_A \\ 0 & \cos B_A & \sin B_A \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{S}_2^{-1}=\begin{bmatrix} -\sin L_B & -\sin B_B\cos L_B & \cos B_B\cos L_B \\ \cos L_B & -\sin B_B\sin L_B & \cos B_B\sin L_B \\ 0 & \cos B_B & \sin B_B \end{bmatrix}。$$

如图4所示，在站心坐标系中，目标俯仰角$\theta=\arcsin\frac{z}{r}$，其中$r$为目标与观测站距离，$z$值实际上决定了目标的俯仰角度。需注意的是，前文对地基无源定位特点进行了分析，为简化计算，可设目标高程为0。当目标距离增大时，则目标逐渐向下偏离地平线，呈现负的俯仰值，下文仿真也验证了目标在1 000 km内时俯仰角度很小。于是，令$z_1=0$，代入式(13)简化得：

$$\begin{cases} r_1y_1-s_1y_2=t_1 \\ r_2y_1-s_2y_2=t_2 \end{cases} \tag{14}$$

式中，

$$r_1=-\sin L_A\tan\varphi_A-\sin B_A\cos L_A-\frac{\cos B_B\cos L_B}{\sin B_B}\cos B_A,$$

$$s_1=-\sin L_B\tan\varphi_B-\sin B_B\cos L_B-\frac{\cos B_B\cos L_B}{\sin B_B}\cos B_B,$$

$$t_1=X_B-X_A+\frac{\cos B_B\cos L_B}{\sin B_B}(Z_A-Z_B),$$

$$r_2=\cos L_A\tan\varphi_A-\sin B_A\sin L_A-\frac{\cos B_B\sin L_B}{\sin B_B}\cos B_A,$$

$$s_2=\cos L_B\tan\varphi_B-\sin B_B\sin L_B-\frac{\cos B_B\sin L_B}{\sin B_B}\cos B_B,$$

$$t_2=Y_B-Y_A+\frac{\cos B_B\cos L_B}{\sin B_B}(Z_A-Z_B)。$$

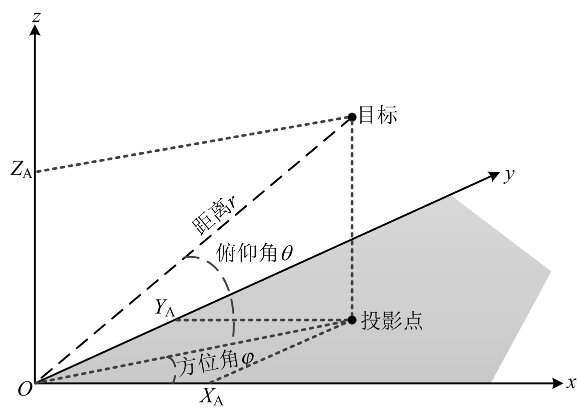


图4 站心坐标系中距离、俯仰和方位

Fig. 4 Distance, pitch and azimuth in ENU

这样就将式(14)从4个变量简化为2个变量求解问题，由此求得：

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{t_1s_2-t_2s_1}{r_1s_2-r_2s_1}\tan\varphi_A \\ \dfrac{t_1s_2-t_2s_1}{r_1s_2-r_2s_1} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

利用式(5)和式(2)进行坐标转换，即可求得目标的大地坐标(L,B)。

3.2　时差定位求解

事实上，时差是隐含测向信息的。2 个地基观测站形成的单边时差数据实质上可转化为超长基线时差测向问题进行近似计算。文献[5]通过公式推导，验证了时差中点测向的可行性。构建双站时差测向几何模型如图 5 所示，目标信号到达观测站 A 的距离为 r_A，到达观测站 B 的距离为 r_B，到达两站中点的距离为 r，目标相对中点的方位为 θ，站间距为 $2d$。

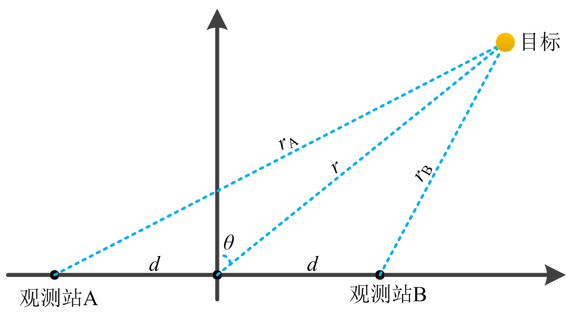


图 5　时差中点测向几何模型

Fig. 5　Geometrical model of TDOA midpoint direction finding

由余弦定理可得：

$$\begin{cases} r_A^2 = r^2 + d^2 - 2rd\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right) = \\ \qquad r^2 + d^2 + 2rd\sin\theta \\ r_B^2 = r^2 + d^2 - 2rd\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right) = \\ \qquad r^2 + d^2 - 2rd\sin\theta \end{cases} \tag{16}$$

可以解得：

$$\sin\theta = \frac{r_A^2 - r_B^2}{4dr} = \frac{(r_A - r_B)(r_A + r_B)}{4dr} \tag{17}$$

对于观测站和目标，通常满足 $r \gg d$，可近似认为 $r_A + r_B \approx 2r$，则式(17)可简化为：

$$\sin\theta = \frac{r_A - r_B}{2d} \tag{18}$$

利用式(18)，即可将两站时差转换为中点测向 θ 值，当 $\pi/2<\theta\leqslant\pi$ 时，θ 为 $\pi-\theta$；当 $\pi<\theta\leqslant 3\pi/2$ 时，θ 为 $\theta-\pi$；当 $3\pi/2<\theta<2\pi$ 时，θ 为 $2\pi-\theta$。这样就将时差定位求解问题转换为测向定位求解问题，其近似解析算法推导过程同式(13)～(15)。

通常时差观测站相距较近，故求解两站中点坐标可使用正球体模型，利用式(7)～(8)可得到站间距 $2s_0$ 和相对方位 θ_0，代入式(19)可解得中点坐标(L,B)：

$$\begin{cases} B = \arcsin\left(\sin B_0 \cos\dfrac{s_0}{R} + \cos B_0 \sin\dfrac{s_0}{R}\cos\theta_0\right) \\ L = L_0 + \arcsin\left(\sin\dfrac{s_0}{R}\sin\theta_0/\cos B\right) \end{cases} \tag{19}$$

式中，R 为地球半径，(L_0,B_0)为起始点坐标(选取一个观测站，另一站的距离和方位为 s_0 和 θ_0)。

在转化为测向定位求解问题时注意，中点测向角度需转为真北方向夹角 φ：

$$\begin{cases} \varphi = \dfrac{\pi}{2}+\theta-\theta_0,(r_A - r_B)\geqslant 0 \text{ 和 } \theta_0\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right] \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2}-\theta-\theta_0,(r_A - r_B)< 0 \text{ 和 } \theta_0\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right] \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2}-\theta-\mathrm{abs}(\theta_0-\pi), \\ \quad (r_A - r_B)\geqslant 0 \text{ 和 } \theta_0\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right] \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2}+\theta-\mathrm{abs}(\theta_0-\pi), \\ \quad (r_A - r_B)< 0 \text{ 和 } \theta_0\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right] \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2}+\theta-(2\pi-\theta_0), \\ \quad (r_A - r_B)\geqslant 0 \text{ 和 } \theta_0\in\left[\dfrac{3\pi}{2},2\pi\right] \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2}-\theta-(2\pi-\theta_0), \\ \quad (r_A - r_B)< 0 \text{ 和 } \theta_0\in\left[\dfrac{3\pi}{2},2\pi\right] \end{cases} \tag{20}$$

测向/时差联合定位解析算法的思路是：将 2 个观测站的时差数据转化为中点测向数据，再与第 3 个观测站的测向数据进行定位解算，同样是转换为测向定位近似解析算法，具体算法推导过程不再赘述。

4　仿真分析

为验证本文提出的近似解析算法，下面仿真分析求解过程中目标俯仰角近似为 0、时差中点测向的特性，目标在不同位置(算法基于地球椭球模型，同样适用于远距离超视距目标)时解析算法精度以及作为初值在迭代算法中的收敛速度。需要说明的是，当观测站接收机灵敏度足够高且气候条件满足时，可以探测到通过对流层散射或大气波导传播的微波超视距电磁信号[7]。

4.1 近似方法验证

假设观测站坐标为(120,30),在方位 0°～180°,距离 1～1 000 km 范围内每间隔 1°和 1 km 取目标点(高程为 0),计算目标相对观测站俯仰角度,仿真结果如图 6 所示。

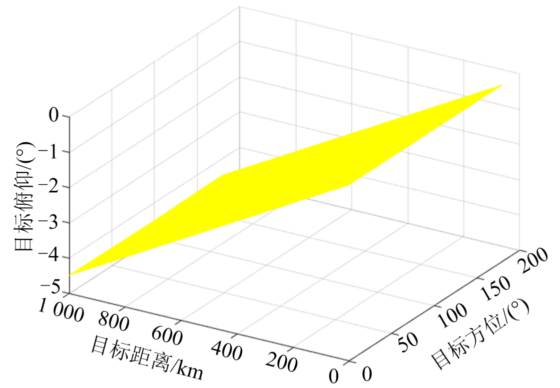


图 6 目标俯仰与方位距离关系

Fig. 6 The relation of object pitch and distance

由仿真结果可知:目标俯仰角度与方位无关,其绝对值随着目标距离增大而变大,近似成线性关系。当目标距离观测站 1 000 km 以内时,俯仰角度绝对值不大于 4.5°(即在站心坐标系中相对于目标距离 z 值很小),故式(13)中 $z_1=0$ 的近似方法可行。

假设地基观测站 A 坐标为(120,30),观测站 B 坐标为(120,29.8),以 A、B 站中点为基准点在方位 15°～165°,距离 50～1 000 km 范围内每间隔 1°和 1 km 取目标点(高程为 0),计算时差中点测向误差特点,仿真结果如图 7 所示。

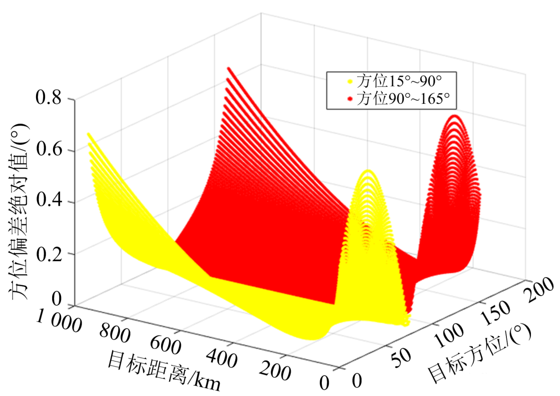


图 7 时差中点测向偏差分析

Fig. 7 The deviation analysis of TDOA midpoint direction finding

将 A、B 站经度设置为相同的目的是使得站间连线方向为 180°,便于分析目标靠近连线方向时测向精度的变化。由仿真结果可知:

(1) 当目标位于观测站连线的法线方向时(对应方位 90°),测向偏差最小,且随距离增大测向偏差变小。

(2) 当目标距离较近时(距离 50～100 km),随着偏离法线程度的增加测向偏差呈现先增后减的波峰(分别对应约 45°和 135°方位)。当目标距离较远时,随着目标偏离法线程度的增加测向偏差逐渐增大。

(3) 当目标方位不变且偏离法线时,随着距离的增加测向偏差呈现先减后增的波谷(随方位偏离法线而增大)。

(4) 在仿真给定条件下,测向偏差均小于 0.7°,故式(18)的近似方法可行。

4.2 算法精度验证

4.2.1 测向定位

假设观测站 A 坐标为(120,30),观测站 B 坐标为(120,29),以 A、B 站中点为基准点在方位 15°～165°,距离 100～1 000 km 范围内每间隔 1°和 1 km 取目标点(高程为 0),验证近似解析算法精度,仿真结果如图 8 所示。

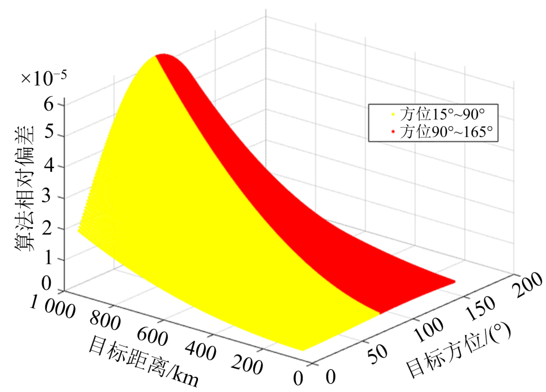


图 8 测向定位解析算法精度分析(相对偏差)

Fig. 8 The accuracy analysis of DOA analytical algorithm(relative error)

观测站间距约 111 km,图 8 中目标方位和目标距离均以观测站连线中点为基准,算法相对偏差为实际误差距离与目标距离的比值(下文相同)。由仿真结果可知:

(1) 当目标方位不变时,算法相对偏差随着目标距离的增大而增大。

(2) 当目标距离不变时,算法相对偏差随着目标方位接近法线而逐渐增大。实际上,由图 6 仿真结果可知,算法偏差主要来自俯仰角度近似,且这与方位无关,与距离成近似线性关系。故目标

位于法线时,其距离观测 A、B 站距离之和最大,偏离时距离和逐渐减小,算法偏差也随之变小。

(3) 在给定的仿真条件下,算法相对偏差均小于 0.007%。

文献[8]提出了一种基于距离平方和最小和地球表面约束的测向交叉定位算法,利用拉格朗日乘子进行最优化求解,实现了 1 000 km 范围内米级误差。本文提出的算法精度与其相近,但计算更为简单(无需求解拉格朗日函数),可用于工程应用。

4.2.2　时差定位

假设观测站 A 站坐标为(120,30.2),观测站 B 坐标为(120,30),C 站坐标为(120,29.8),以 B 站为基准点在方位 15°～165°,距离 50～1 000 km 范围内每间隔 1°和 1 km 取目标点(高程为 0),验证近似解析算法精度,仿真结果如图 9 所示。

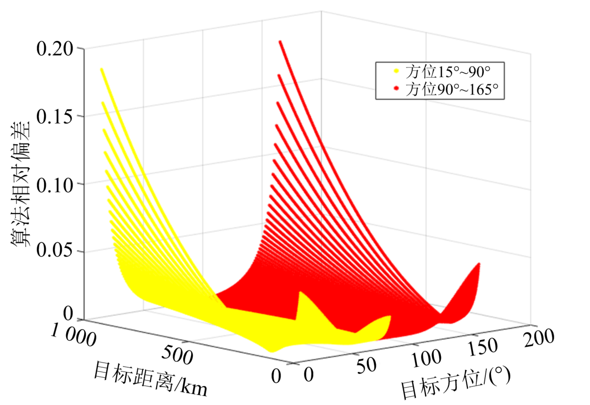


图 9　时差定位解析算法精度分析(相对偏差)

Fig. 9　The accuracy analysis of TDOA analytical algorithm(relative error)

由仿真结果可知:

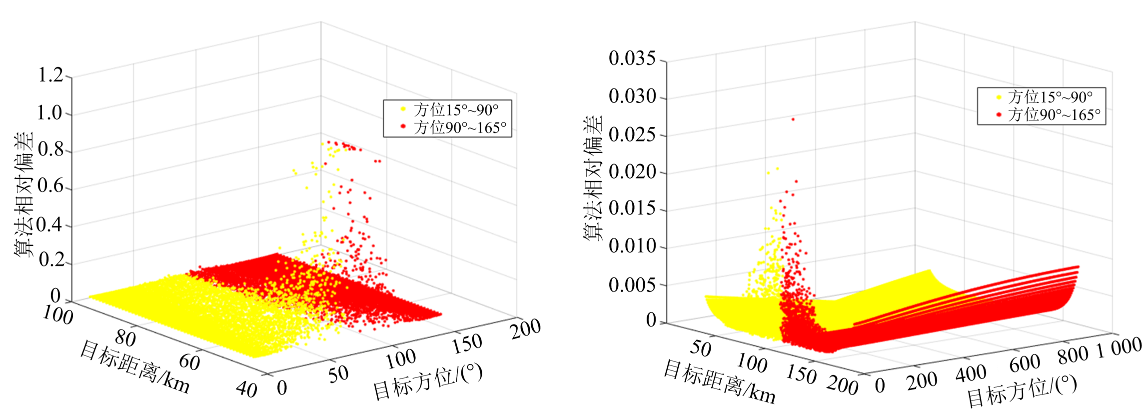
(1) 当目标距离较近(距离 50～100 km)时,在 15°～57°、90°～123°方位范围算法偏差随方位变大而增加,在 57°～90°、123°～165°方位范围内反之。当目标距离较远时,在法线方向(对应 90°方位)算法偏差最小,随着偏离程度增大而增大。

(2) 当目标方位不变且偏离法线时,随着距离的增加,算法偏差呈现先减后增的波谷(类似时差中点测向仿真)。

(3) 在仿真给定条件下,算法相对偏差均小于 19%,平均相对偏差为 0.91%。

文献[9]中引用了一种基于地球表面模型的三星时差定位解析算法[10],该算法精度较高,但计算复杂,运算量大(需要求逆矩阵和解四次方程,还需对 4 个实根进行验算,排除观测扇面外和超出定位距离外的模糊解)。

该算法仿真结果如图 10 所示,图 10(a)对应目标为 50～100 km 时,算法偏差很大(此时去除模糊解成功率低);图 10(b)对应目标距离为 100～1 000 km 时,算法偏差很小(易去除模糊解),为保证直观性,通过左、右 2 个图区分展示。由此可知,在目标距离为 100～1 000 km 范围内时精度优于本文算法,但在 50～100 km 范围内时精度低于本文算法,算法平均相对偏差为 0.28%。为了比较本文算法与文献算法的复杂度,基于上述仿真条件,在 C++程序下前者运算时间为 3 094 ms,后者运算时间为 3 969 ms,可知前者减少了约 22%的计算时间。因此,2 种算法都具有较高的精度,但本文算法计算复杂度低。



(a) 目标距离50~100 km　　(b) 目标距离100~1 000 km

图 10　平均地球表面模型时差定位解析算法精度分析(相对偏差)

Fig. 10　The accuracy analysis of mean earth surface model TDOA analytical algorithm(relative error)

4.2.3 测向/时差联合定位

假设观测站 A 坐标为(120,30),观测站 B 坐标为(120,29.8),C 坐标为(120,28.6),其中 A、B 站测量时差,C 站测量方位。以 A、B 站中点为基准点,在方位 15°～160°,距离 100～1 000 km 范围内每间隔 1°和 1 km 取目标点(高程为 0),验证近似解析算法精度,仿真结果如图 11 所示。

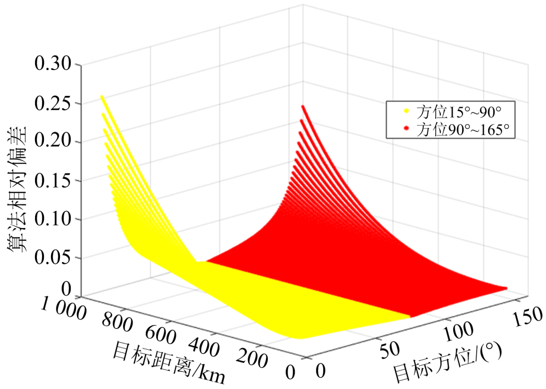


图 11 联合定位解析算法精度分析(相对偏差)

Fig. 11 The accuracy analysis of joint location analytical algorithm(relative error)

由仿真结果可知:

(1) 当目标偏离基准点法线方位时,算法偏差逐渐增大。

(2) 当目标距离增大时,算法偏差逐渐增大。

(3) 在仿真给定条件下,算法相对偏差均小于 26%(时差定位解析算法中,2 个时差中点测向偏差是同向的,使得结果更加接近真实点,故其算法偏差小于联合定位解析算法),平均相对偏差为 1.21%。

同时差定位相似,本文算法精度较高,且计算简单。

4.3 迭代收敛验证

测向定位近似解析算法精度非常高,可替代迭代法,无需进行收敛验证。

4.3.1 时差定位

与时差定位解析算法仿真条件相同,将解析解作为初值代入迭代法验证收敛效果,仿真结果如图 12 所示。

由仿真结果可知:在给定仿真条件下,将时差定位解析算法结果作为迭代法的初值,定位结果均正确且迭代次数不超过 35 次,平均约 8 次,收敛速度快。而文献[10]中算法作为初值时,平均迭代约 3.7 次,但存在少数迭代超过 500 次的点。本文算法虽然平均迭代次数高于文献算法,但具有较好的鲁棒性。

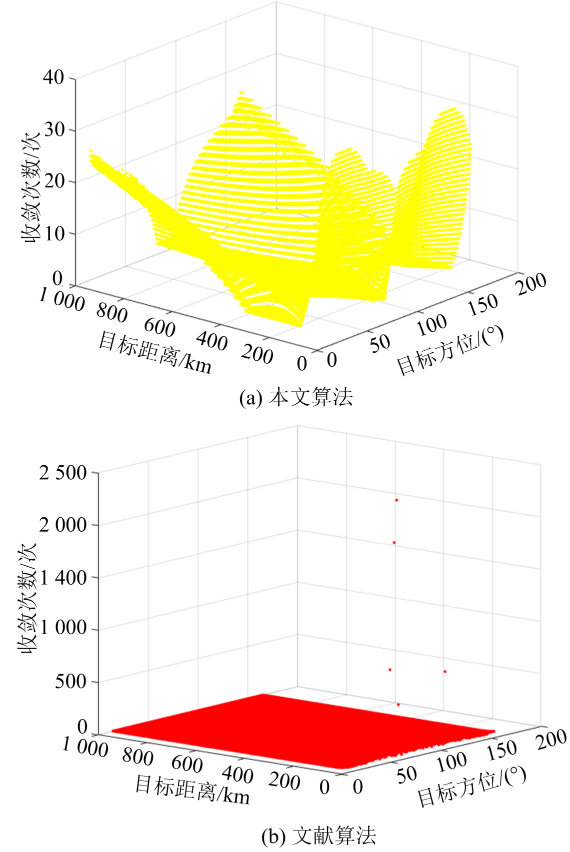


图 12 时差定位算法迭代收敛效果

Fig. 12 The iterate convergence effect of TDOA analytical algorithm

4.3.2 联合定位

与联合定位解析算法仿真条件相同,将解析解作为初值代入迭代法验证收敛效果,仿真结果如图 13 所示。

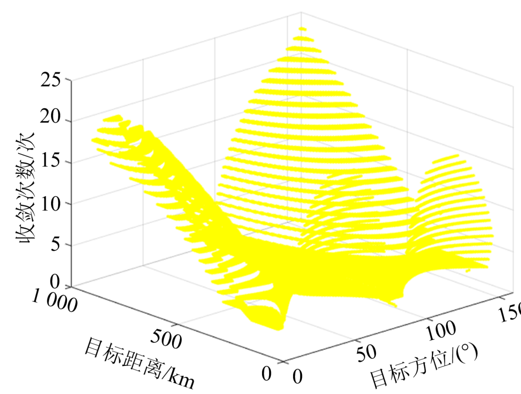


图 13 联合定位算法迭代收敛效果

Fig. 13 The iterate convergence effect of joint location analytical algorithm

由图 13 仿真结果可知:在给定仿真条件下,将联合定位解析算法结果作为迭代法的初值,定

位结果均正确且迭代次数不超过 23 次(虽然时差定位同向测向偏差使得结果更接近真实点，但更加偏离方位，故迭代速度次于联合定位)，平均约 7 次，收敛速度快。

5 结束语

针对地基无源测向、时差和联合定位问题，提出了 3 种基于地球椭球模型的地基无源定位近似解析算法。不同于传统的闭式解法，而是利用地基观测站特性和时差中点测向原理简化计算，实现了目标位置的快速求解。

通过仿真实验验证，得出该算法具有以下特点：一是测向定位近似解析算法具有高精度特性，可替代迭代法进行工程应用；二是时差和联合定位近似解析算法具有较高的精度，作为迭代法初值时能够迅速收敛；三是提出的近似解析算法运算量小，成本低。此外，本文也分析了目标在不同方位和距离下的算法精度，受限于篇幅文中仅设定了相对简单固定的仿真条件，观测站与目标的相对位置对精度会有一定影响，在实际中需要结合布站位置具体分析。

参 考 文 献

[1] 田中成，刘聪峰. 无源定位技术[M]. 北京：国防工业出版社，2015.
TIAN Zhongcheng, LIU Congfeng. Passive locating technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015. (in Chinese).

[2] 雷文英. 多站被动超视距雷达时差定位及相关问题研究[D]. 西安：西安电子科技大学，2014.
LEI Wenying. Study on Time-difference location and its related issues of over-the horizon passive multistatic radar [D]. Xi'an: Xidian University, 2014. (in Chinese).

[3] 房嘉奇，冯大政，李进. TDOA 中的修正牛顿及泰勒级数方法 [J]. 西安电子科技大学学报，2016，43(6)：27-29.
FANG Jiaqi, FENG Dazheng, LI Jin. Research on modified newton and taylor-series methods in TDOA[J]. Journal of Xidian University, 2016, 43(6): 27-29. (in Chinese).

[4] CHAN Y T , HO K C . A simple and efficient estimator for hyperbolic location [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905-1915.

[5] 郁涛. 一种长基线高精度时差测向算法[J]. 无线电工程，2015，45(9)：34-36.
YU Tao. An ultra-precision time difference DF algorithm based on long baseline[J]. Radio Engineering, 2015, 45(9): 34-36. (in Chinese).

[6] 王鼎，胡涛. 无源定位技术：二次等式约束最小二乘估计理论与方法[M]. 北京：电子工业出版社，2018.
WANG Ding, HU Tao. The Least-squares estimation theory and method in passive location with quadratic equality constraints [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2018. (in Chinses)

[7] GIUSEPPE A F. 高频超视距雷达：基本原理、信号处理与实际应用[M]. 卢琨，陈建文，雷志勇，等译. 北京：电子工业出版社，2019.
Giuseppe Aureliano Fabrizio. High frequency over-the-horizon radar: fundamental principles, signal processing, and practical applications[M]. Translated by LU Kun, CHEN Jianwen, LEI Zhiyong, et al. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2019. (in Chinses)

[8] 赵辰乾，王松波，刘益辰. 地球表面测向交叉定位算法[J]. 船舶电子对抗，2021，44(5)：86-88.
ZHAO Chenqian, WANG Songbo, LIU Yichen. Direction-finding cross-location algorithm for earth surface [J]. Shipborad Electronic Countermeasure, 2021, 44(5): 86-88. (in Chinese)

[9] 郭福成，樊昀，周一宇，等. 空间电子侦察定位原理[M]. 北京：国防工业出版社，2012.
GUO Fucheng, FAN Yun, ZHOU Yiyu, et al. Localization principles in space electronic reconnaissance [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012.

[10] HO K C, CHAN Y T. Geolocation of a know altitude object from TDOA and FDOA measurements [J]. IEEE Transactions On Aerosppace and Electronic Systems, 1997, 33(3): 770-783.

责任编辑　安　蓓