引用格式:吴静,艾小锋,赵锋,等. 航迹融合中的量测协方差统一转换方法[J]. 信息对抗技术,2023, 2(3):74-84. [WU Jing, AI Xiaofeng, ZHAO Feng, et al. Unified conversion method of measurement covariance in track fusion[J]. Information Countermeasure Technology, 2023, 2(3):74-84. (in Chinese)]

航迹融合中的量测协方差统一转换方法

吴静,艾小锋*,赵锋,徐振海,肖顺平

(国防科技大学电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室,湖南长沙 410073)

摘 要 量测协方差广泛应用于多传感器航迹融合领域,研究量测协方差在不同坐标系之间的转换方法有着重要的意义。量测协方差的转换方法虽已有部分研究,但在融合中的使用存在转换流程和框架不明确而影响融合精度的问题。为此,开展了航迹融合中的量测协方差转换方法研究,分线性转换和非线性转换2种情况,为基于协方差加权的航迹融合处理提供了一套规范化协方差转换流程和统一的转换公式。以非线性的坐标转换为例,仿真实验验证了不同位置和不同量测精度下使用转换方法计算协方差,得到的相对误差始终保持在可接受的范围内。转换的协方差有利于提高航迹融合精度,体现了该方法的有效性,可广泛应用于分布式航迹融合。

关键词 组网雷达;航迹融合;坐标转换;非线性变换;量测协方差

中图分类号 TN 953 文章编号 2097-163X(2023)03-0074-11

文献标志码 A **DOI** 10. 12399/j. issn. 2097-163x. 2023. 03. 007

Unified conversion method of measurement covariance in track fusion

WU Jing, AI Xiaofeng*, ZHAO Feng, XU Zhenhai, XIAO Shunping

(State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract Measurement covariance has been widely used in the field of multi-sensor track fusion. It is of great significance to study the transformation method of measurement covariance between different coordinate systems. The conversion method of measurement covariance has been partially studied, but there is not a clear conversion framework for covariance conversion between different coordinate systems, which may affect fusion accuracy. This paper conducted research on the measurement covariance transformation method in track fusion, which included linear transformation and nonlinear transformation. It provided a standardized covariance transformation process and unified transformation formula for track fusion processing based on covariance weighting. Taking the conversion in nonlinear coordinate system as an example, the simulation verified that, under different positions and different measurement accuracy, the relative error of the method remains within an acceptable range. The converted covariance is conducive to improving the accuracy of track fusion, which shows the effectiveness of this method and can be widely used in distributed track fusion.

Keywords netted radars; track fusion; coordinate transformation; nonlinear transform; measurement covariance

0 引言

近年来,雷达技术不断更新发展,以适应复杂多变的战场环境。对来自不同雷达的数据进行融合处理,更有利于获得目标精确的状态和属性估计,以及对战场态势和威胁的评估[1-4]。量测协方差在组网雷达目标融合与跟踪中有着广泛的应用,例如,在航迹滤波中用于量测噪声协方差的初始化和运算[5-6],在点迹关联中用于确定关联波门的大小[7],在航迹关联中用于归一化关联度[8],在点迹和航迹融合中作为加权因子以提高融合精确度[9-10],等等。

现有文献关于协方差转换的研究不够全面 和深入,缺少转换原理的说明和通用的体系框 架。在组网雷达融合处理中,存在广泛的协方差 转换需求,包括:雷达局部坐标系(雷达球坐标 系、雷达直角坐标系)与统一坐标系(地心直角坐 标系)之间的转换,局部坐标系之间的转换等。 现有协方差的转换方法较为局限,多为从雷达球 坐标到雷达直角坐标的协方差转换[11]。且在协 方差转换过程中往往只给出转换矩阵,而没有说 明矩阵获取的计算过程,因此难以推广到其他坐 标系[12]。文献[13]提出了一种从极坐标转换到 笛卡尔坐标的协方差无偏转换方法,采取乘法的 偏差补偿方法并依赖于角度测量噪声的余弦的 统计量[14]。文献[15]为减少泰勒级数展开的高 阶项截断引起的线性化误差,基于泰勒级数二阶 展开,给出了协方差的转换公式,得到极坐标转 换到笛卡尔坐标误差的较高近似[16],计算复杂度 较高。

现有组网模式下航迹融合步骤中协方差使 用比较混乱。在一些使用协方差的融合步骤中 没有说明使用到的协方差是否要由原坐标系转 换到统一融合坐标系中,也没有给出具体的转换 方法。如在航迹滤波中,航迹转换坐标后进行滤 波,需要将量测协方差先转换坐标,再用于滤波 协方差的初始化,但研究中往往未具体说明量测 协方差的转换[17-18]。如在航迹加权融合中,航迹 转换到统一坐标系后融合,将协方差作为精度参 考用于加权融合的权值,但未具体说明如何将原 始坐标系下的协方差转换到统一坐标系,参与后续的融合^[19-24]。

鉴于上述问题,本文综合了线性和非线性转换方法,给出了一套明确的协方差转换流程和框架以及通用的转换公式,实现了协方差的统一转换。转换方法能够便捷地实现各类常用坐标系之间协方差的转换,改善融合中协方差不规范的使用问题。仿真实验验证了转换方法的适应性和有效性,并能够用于提高航迹融合的精度。

1 量测协方差线性转换方法

各坐标系之间的坐标转换按照是否线性分 为线性转换和非线性转换2类,线性转换指转换 后的坐标可由转换前坐标线性组合得到,即坐标 系间的位置映射保持加法和数乘运算:

$$f(ax+b) = af(x) + f(b)$$
 (1)
式中, f 为坐标系间的位置映射, x 为参与转换的
坐标变量。若 $\forall a,b \in \mathbb{R}$,坐标转换满足式(1),则
为线性坐标转换。若坐标系间的位置映射不满
足式(1),则称坐标转换是非线性的。

在组网雷达应用场景中,雷达将探测到的目标信息由量测坐标系转换到雷达站直角坐标系进行进一步分析,同时将数据传递给融合中心。融合中心收到各雷达的探测信息并统一转换到地心直角坐标系,进行数据的融合。然后将反馈信息分发给各雷达,雷达将反馈信息转回雷达站坐标系。如图 1 所示,不同坐标系的转换主要针对目标坐标和协方差信息。

对各类坐标系之间的协方差转换方法进行 归纳,根据目标位置坐标的转换是否为线性变换,可将协方差转换方法的求解分为2类:若坐标 转换为线性变换,即转换后的位置坐标可由转换 前的坐标乘以坐标转换矩阵线性得到。此时,可 由转换矩阵直接推出协方差的转换公式,不会产 生转换误差。若坐标转换为非线性变换,则可以 对坐标转换公式进行一阶泰勒展开保留一阶分量,得到协方差转换公式。转换思路如图2所示。

综合 2 类求解方法得到的协方差转换公式, 总结出协方差的统一转换公式,不管坐标变换是 否线性均可适用,即:

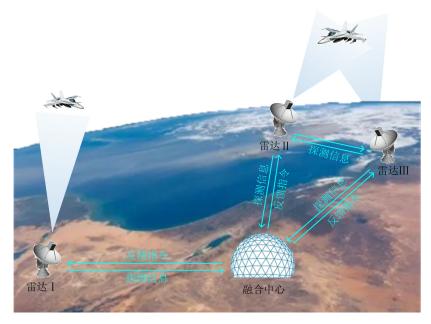


图 1 组网雷达融合场景

Fig. 1 Scenario of netted radar fusion

$$\boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{T}_{\text{cov}} \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{T}_{\text{cov}}^{\text{T}} \tag{2}$$

式中, R_1 为转换坐标前的协方差, R_2 为转换后的协方差, T_{cov} 为协方差转换矩阵。协方差转换矩阵在线性和非线性变换中有着不同的求取方法,下面分别阐述 2 类方法的数学原理和协方差转换矩阵的获取方法。

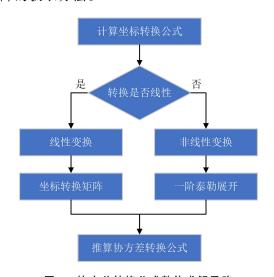


图 2 协方差转换公式整体求解思路

Fig. 2 Solution of covariance transformation formula

1.1 线性变换

设目标在局部坐标系的位置坐标为 $X_1 = [x_1, y_1, z_1]^T$,转换到统一坐标系下的位置坐标为 $X_2 = [x_2, y_2, z_2]^T$,由于坐标转换线性, X_2 通常表示为由 X_1 乘以一常数转换矩阵 $T_{X_1X_2}$ 再加上一常数矩阵 b 得到,即:

$$\boldsymbol{X}_2 = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_2} \boldsymbol{X}_1 + \boldsymbol{b} \tag{3}$$

那么,若局部坐标系下量测协方差为 R_{x_1} ,转换到统一坐标系下量测协方差变为 R_{x_2} , R_{x_2} 可直接由坐标转换矩阵计算得到:

如式(4)所示,位置坐标为线性变换时,协方 差转换矩阵即为坐标转换矩阵。

1.2 应用举例

位置坐标为站心直角坐标系、地心直角坐标系等直角坐标系之间的转换均为线性变换,它们原点位置和轴的方向不同,但可以通过坐标轴的平移和旋转得到,因而目标位置在这些坐标系之间的转换通常用转换矩阵的形式表达。

以雷达站直角坐标系(ENU)到地心直角坐标系(ECEF)的转换为例^[12],设雷达的地心直角坐标为 $\boldsymbol{X}_{\text{Radar_ECF}} = (x_s, y_s, z_s)$,目标的地心直角坐标为 $\boldsymbol{X}_{\text{Target_ECF}} = (x_t, y_t, z_t)$,雷达站直角坐标为 $\boldsymbol{X}_{\text{Target_ENU}} = (x_t, y_t, z_t)$ 。

根据坐标转换公式有:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_{\text{Target_ECF}} &= \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin L - \sin B \cos L & \cos B \cos L \\ \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \sin L \\ 0 & \cos B & \sin B \end{bmatrix} \\ & \bullet \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= T_{\text{ENU_ECF}} X_{\text{Target_ENU}} + X_{\text{Radar_ECF}}$$
 (5)
和 I 分别为大納林瓦東江的维度和经

式中,B 和L 分别为大地坐标下雷达的纬度和经度, $T_{\text{ENU_ECF}}$ 为雷达直角坐标系到地心直角坐标系的转换矩阵。

由于坐标转换公式为线性转换,故能由坐标转换矩阵 $T_{\text{ENU_ECF}}$ 直接计算量测协方差的转换。设目标在地心直角坐标系下的量测协方差为 $R_{\text{Target_ECF}}$,而在雷达直角坐标系下的量测协方差为 $R_{\text{Target_ENU}}$,转换公式为:

$$\mathbf{R}_{\text{Target_ECF}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_e}^2 & \sigma_{x_e} \sigma_{y_e} & \sigma_{x_e} \sigma_{z_e} \\ \sigma_{x_e} \sigma_{y_e} & \sigma_{y_e}^2 & \sigma_{y_e} \sigma_{z_e} \\ \sigma_{x_e} \sigma_{z_e} & \sigma_{y_e} \sigma_{z_e} & \sigma_{z_e}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{x_l}^2 & \sigma_{x_l} \sigma_{y_l} & \sigma_{x_l} \sigma_{z_l} \\ \sigma_{x_l} \sigma_{y_l} & \sigma_{y_l}^2 & \sigma_{y_l} \sigma_{z_l} \\ \sigma_{x_l} \sigma_{z_l} & \sigma_{y_l} \sigma_{z_l} & \sigma_{z_l}^2 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}}^{\text{T}}$$

$$= \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}} \mathbf{R}_{\text{Target_ENU}} \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}}^{\text{T}}$$
(6)

2 量测协方差非线性转换方法

2.1 非线性变换

设目标在局部坐标系下的位置坐标为 $X_3 = [x_3, y_3, z_3]^T$,转换到统一坐标系下的位置坐标为 $X_4 = [x_4, y_4, z_4]^T$,由于坐标转换非线性, X_4 中各坐标分量分别由 X_3 中坐标分量构成的非线性变换函数得到,即:

$$\mathbf{X}_{4} = \begin{bmatrix} x_{4} \\ y_{4} \\ z_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1}(x_{3}, y_{3}, z_{3}) \\ f_{2}(x_{3}, y_{3}, z_{3}) \\ f_{3}(x_{3}, y_{3}, z_{3}) \end{bmatrix}$$
(7)

式中, $f_1(x_3, y_3, z_3)$ 、 $f_2(x_3, y_3, z_3)$ 和 $f_3(x_3, y_3, z_3)$ 分别为目标位置分量从局部坐标系转换到统一坐标系的非线性转换函数。

首先,计算由局部坐标系下目标真实位置和 量测位置分别转换至统一坐标系后的差值:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_4 \\ \Delta y_4 \\ \Delta z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4' - x_4 \\ y_4' - y_4 \\ z_4' - z_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} f_1(x_3', y_3', z_3') - f_1(x_3, y_3, z_3) \\ f_2(x_3', y_3', z_3') - f_2(x_3, y_3, z_3) \\ f_3(x_3', y_3', z_3') - f_3(x_3, y_3, z_3) \end{bmatrix}$$
(8)

式中, x'_3 、 y'_3 和 z'_3 为局部坐标系下的量测值, x'_4 、 y'_4 和 z'_4 为由 x'_3 、 y'_3 和 z'_3 转换到统一坐标系下的坐标值。

只考虑一阶误差,对 $f_1(x_3,y_3,z_3)$ 进行一阶 泰勒展开:

$$f_{1}(x_{3}, y_{3}, z_{3})$$

$$= f_{1}(x'_{3} - \Delta x_{3}, y'_{3} - \Delta y_{3}, z'_{3} - \Delta z_{3})$$

$$= f_{1}(x'_{3}, y'_{3}, z'_{3}) - \frac{\partial f_{1}}{\partial x_{3}} \Big|_{\Delta x_{3} = 0, \Delta y_{3} = 0, \Delta z_{3} = 0} \cdot \Delta x_{3}$$

$$- \frac{\partial f_{1}}{\partial y_{3}} \Big|_{\Delta x_{3} = 0, \Delta y_{3} = 0, \Delta z_{3} = 0} \cdot \Delta y_{3}$$

$$- \frac{\partial f_{1}}{\partial z_{3}} \Big|_{\Delta x_{3} = 0, \Delta y_{3} = 0, \Delta z_{3} = 0} \cdot \Delta z_{3}$$

$$= f_{1}(x'_{3}, y'_{3}, z'_{3}) - a_{1} \cdot \Delta x_{3}$$

$$- a_{2} \cdot \Delta y_{3} - a_{3} \cdot \Delta z_{3}$$
(9)

式中, Δx_3 、 Δy_3 和 Δz_3 为目标在局部坐标系下的量测误差, a_1 、 a_2 和 a_3 为目标坐标量测值 x_3' 、 y_3' 和 z_3' 组合的表达式。

同理,展开 $f_2(x_3,y_3,z_3)$ 和 $f_3(x_3,y_3,z_3)$,并同时带入式(8),可得:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_4 \\ \Delta y_4 \\ \Delta z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot \Delta x_3 + a_2 \cdot \Delta y_3 + a_3 \cdot \Delta z_3 \\ b_1 \cdot \Delta x_3 + b_2 \cdot \Delta y_3 + b_3 \cdot \Delta z_3 \\ c_1 \cdot \Delta x_3 + c_2 \cdot \Delta y_3 + c_3 \cdot \Delta z_3 \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{T}_{\mathbf{X}_3 \mathbf{X}_4} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_3 \\ \Delta y_3 \\ \Delta z_3 \end{bmatrix}$$
(10)

式中, b_1 、 b_2 、 b_3 、 c_1 、 c_2 和 c_3 均为量测值 x_3' 、 y_3' 和 z_3' 组合的不同表达式, $T_{X_3X_4}$ 为:

$$T_{X_3X_4} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$
 (11)

令局部坐标系下量测协方差为 R_{x_a} ,转换到统一坐标系下量测协方差变为 R_{x_a} ,由于统一坐标系下的误差分量近似由局部坐标系下误差分

量线性得到,由式(10)推出量测协方差的转换公 式为:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{X}_{4}} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{X}_{3}\boldsymbol{X}_{4}} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{X}_{3}} \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{X}_{3}\boldsymbol{X}_{4}}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

因此,位置坐标为非线性变换时,协方差转 换矩阵中元素由坐标转换矩阵中的元素分别对 原坐标系各方向变量求导得到,如式(13)所示。

$$T_{X_{3}X_{4}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1}}{\partial x_{3}} & \frac{\partial f_{1}}{\partial y_{3}} & \frac{\partial f_{1}}{\partial z_{3}} \\ \frac{\partial f_{2}}{\partial x_{3}} & \frac{\partial f_{2}}{\partial y_{3}} & \frac{\partial f_{2}}{\partial z_{3}} \\ \frac{\partial f_{3}}{\partial x_{3}} & \frac{\partial f_{3}}{\partial y_{3}} & \frac{\partial f_{3}}{\partial z_{3}} \end{bmatrix}_{\Delta x_{s} = 0, \Delta y_{s} = 0, \Delta z_{s} = 0}$$

$$(13)$$

2.2 应用举例

当涉及位置坐标在球坐标系和各类直角坐 标系之间转换时,为非线性变换。目标位置在这 些坐标系之间无法通过线性矩阵直接转换,而需 要表达为坐标值的非线性函数形式。

以雷达站球坐标系到地心直角坐标系(ECF) 的转换为例[12],设目标的雷达站球坐标为 $X_{\text{Target Polar}} = (r, a, e)$ 。根据坐标转换公式以及式

$$oldsymbol{X}_{ ext{Target_ECF}} = egin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\sin L - \sin B \cos L \cos B \cos L \\ \cos L - \sin B \sin L \cos B \sin L \\ 0 \cos B & \sin B \end{bmatrix}$$

•
$$\begin{bmatrix} r\cos a\cos e \\ r\sin a\cos e \\ r\sin e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix}$$
 (14)

令叠加了误差的雷达球坐标量测值为 a' ,

量测误差为
$$\begin{bmatrix} \Delta r \\ \Delta a \\ \Delta e \end{bmatrix}$$
,因此有:
$$\begin{cases} r' = r + \Delta r \\ a' = a + \Delta a \end{cases}$$
 (15)

同理,令叠加了误差的地心直角坐标量测值

为
$$\begin{bmatrix} x'_t \\ y'_t \\ z'_t \end{bmatrix}$$
, 量测误差为 $\begin{bmatrix} \Delta x_t \\ \Delta y_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix}$, 因此有:
$$\begin{cases} x'_t = x_t + \Delta x_t \\ y'_t = y_t + \Delta y_t \\ z'_t = z_t + \Delta z_t \end{cases}$$
(16)

将式(15)和(16)代入式(14),则有:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_t \\ \Delta y_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_t - x_t \\ y'_t - y_t \\ z'_t - z_t \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}} \cdot \begin{bmatrix} r' \cos a' \cos e' - r \cos a \cos e \\ r' \sin a' \cos e' - r \sin a \cos e \\ r' \sin e' - r \sin e \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}} \cdot \begin{bmatrix} r' \cos a' \cos e' - (r' - \Delta r) \cos(a' - \Delta a) \cos(e' - \Delta e) \\ r' \sin a' \cos e' - (r' - \Delta r) \sin(a' - \Delta a) \cos(e' - \Delta e) \end{bmatrix}$$

$$r' \sin e' - (r' - \Delta r) \sin(e' - \Delta e)$$

$$(17)$$

对式(17)进行一阶泰勒展开,只考虑其一阶 误差,忽略二阶及更高阶的误差,得到:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_t \\ \Delta y_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix} = \boldsymbol{T}_{\text{ENU_ECF}} \cdot \left(\boldsymbol{T}_{\text{Polar_ENU}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta r \\ \Delta a \\ \Delta e \end{bmatrix} \right)$$
 (18)

$$\begin{bmatrix} \Delta x_t \\ \Delta y_t \\ \Delta z_t \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{\text{Polar_ENU}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta r \\ \Delta a \\ \Delta e \end{bmatrix} \end{pmatrix} (18)$$
雷达球坐标系下的量测协方差为 \mathbf{R} 标量测协方差从雷达球坐标系转: 坐标系的转换公式为:
$$\mathbf{T}_{\text{Polar_ENU}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{T}_{\text{Polar_ENU}} = \mathbf{R}_{\text{Target_ECF}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_t}^2 & \sigma_{x_t} \sigma_{y_t} & \sigma_{x_t} \sigma_{z_t} \\ \sigma_{x_t} \sigma_{y_t} & \sigma_{y_t} \sigma_{z_t} \\ \sigma_{x_t} \sigma_{z_t} & \sigma_{x_t} \sigma_{z_t} \end{bmatrix}$$

 $\cos a' \cos e', a_{12} = -r' \sin a' \cos e', a_{13} = -r' \cdot \cos a$ • $\sin e'$, $a_{22} = r' \cos a' \cos e'$, $a_{23} = -r' \sin a'$ • $\sin e'$, $a_{31} = \sin e', a_{32} = 0, a_{33} = r' \cos e'$.

由于坐标转换公式为非线性转换,故通过一 阶泰勒展开求解协方差转换表达式。设目标在 雷达球坐标系下的量测协方差为 R Target Polar,则目 标量测协方差从雷达球坐标系转换到雷达直角

$$\mathbf{R}_{\text{Target_ECF}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_t}^2 & \sigma_{x_t} \sigma_{y_t} & \sigma_{x_t} \sigma_{z_t} \\ \sigma_{x_t} \sigma_{y_t} & \sigma_{y_t}^2 & \sigma_{y_t} \sigma_{z_t} \\ \sigma_{x_t} \sigma_{z_t} & \sigma_{x_t} \sigma_{z_t} & \sigma_{z_t}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}} \cdot \{ \mathbf{T}_{\text{Polar_ENU}} \mathbf{R}_{\text{Target_Polar}} \mathbf{T}_{\text{Polar_ENU}}^{\text{T}} \}$$

$$\cdot \mathbf{T}_{\text{ENU_ECF}}^{\text{T}}$$
(19)

$$\vec{x}, \dot{\mu}, \mathbf{R}_{\mathrm{Target_Polar}} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & \sigma_r \sigma_a & \sigma_r \sigma_e \ \sigma_r \sigma_a & \sigma_a^2 & \sigma_a \sigma_e \ \sigma_r \sigma_e & \sigma_a \sigma_e & \sigma_e^2 \end{bmatrix}.$$

目标从雷达球坐标转换至地心直角坐标时, 首先将雷达球坐标转换为雷达直角坐标,然后再 由雷达直角坐标转换为地心直角坐标,这类线性 和非线性的坐标转换组合可以在每一步转换中 判断转换是否为线性,然后运用对应的协方差转 换方法求解。

2.3 高阶泰勒展开误差分析

采取一阶泰勒展开方法得到的近似函数与真实函数之间的误差为函数的高阶展开部分。展开阶数越高,对应高阶部分分量越小,近似结果越接近真实函数。对 2.1 节中的 $f_1(x_3,y_3,x_3)$ 进行二阶泰勒展开:

$$f_{1}(x_{3}, y_{3}, z_{3}) = f_{1}(x'_{3} - \Delta x_{3}, y'_{3} - \Delta y_{3}, z'_{3} - \Delta z_{3})$$

$$\approx f_{1}(x'_{3}, y'_{3}, z'_{3})$$

$$- \mathbf{H}_{1} f_{1}(x_{3}, y_{3}, z_{3}) \mid_{\Delta x_{3} = 0, \Delta y_{3} = 0, \Delta z_{3} = 0}$$

$$\cdot \left[\Delta x_{3} \Delta y_{3} \Delta z_{3} \right]^{T} - \frac{1}{2} \left[\Delta x_{3} \Delta y_{3} \Delta z_{3} \right]$$

$$\cdot \mathbf{H}_{2} f_{1}(x_{3}, y_{3}, z_{3}) \mid_{\Delta x_{3} = 0, \Delta y_{3} = 0, \Delta z_{3} = 0}$$

$$\cdot \left[\Delta x_{3} \Delta y_{3} \Delta z_{3} \right]^{T}$$
(20)

式中, H_1 和 H_2 为黑塞矩阵:

$$\boldsymbol{H}_{1}f_{1}(x_{3},y_{3},z_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1}}{\partial x_{3}} & \frac{\partial f_{1}}{\partial y_{3}} & \frac{\partial f_{1}}{\partial z_{3}} \end{bmatrix}$$
(21)
$$\boldsymbol{H}_{2}f_{1}(x_{3},y_{3},z_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial x_{3}\partial x_{3}} & \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial x_{3}\partial y_{3}} & \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial x_{3}\partial z_{3}} \\ \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial y_{3}\partial x_{3}} & \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial y_{3}\partial y_{3}} & \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial y_{3}\partial z_{3}} \\ \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial z_{3}\partial x_{3}} & \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial z_{3}\partial y_{3}} & \frac{\partial^{2} f_{1}}{\partial z_{3}\partial z_{3}} \end{bmatrix}$$
(22)

函数的二阶展开部分相当于在一阶展开部分的基础上再次求导,并乘以量测误差 Δx_3 、 Δy_3 和 Δz_3 。转换误差和量测误差有关,一般情况下,二阶展开部分的数量级小于一阶展开部分。因此采用一阶泰勒展开能够兼顾一般量测转换场景中的转换速度和转换精度。

以 2.2 节中雷达球坐标到雷达直角坐标的转换为例,通过泰勒一阶展开得出转换到雷达直角坐标的协方差矩阵,假设原始传感器之间的量测互不相关,即:

$$\mathbf{R}_{\text{Target_ENU}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_l}^2 & \sigma_{x_l} \sigma_{y_l} & \sigma_{x_l} \sigma_{z_l} \\ \sigma_{x_l} \sigma_{y_l} & \sigma_{y_l}^2 & \sigma_{y_l} \sigma_{z_l} \\ \sigma_{x_l} \sigma_{z_l} & \sigma_{x_l} \sigma_{z_l} & \sigma_{z_l}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{T}_{\text{Polar_ENU}} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_e^2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{T}_{\text{Polar_ENU}}^{\text{T}}$$
(23)

由式(23)可得:

$$\begin{cases} \sigma_{x_l}^2 = \sigma_r^2 (\cos a \cos e)^2 + \sigma_a^2 (r \sin a \cos e)^2 \\ + \sigma_e^2 (r \cos a \sin e)^2 \end{cases}$$

$$\sigma_{y_l}^2 = \sigma_r^2 (\sin a \cos e)^2 + \sigma_a^2 (r \cos a \cos e)^2$$

$$+ \sigma_e^2 (r \sin a \sin e)^2$$

$$\sigma_{z_l}^2 = \sigma_r^2 (\sin e)^2 + \sigma_e^2 (r \cos e)^2$$
(24)

对 3 个方向上的计算结果求和,得: $\sigma_1^2 = \sigma_{x_l}^2 + \sigma_{y_l}^2 + \sigma_{z_l}^2 = \sigma_r^2 + \sigma_a^2 r^2 \cos^2 e + \sigma_e^2 r^2$ (25)

计算一阶转换的主要误差,即式(23)对应的 二阶展开式:

$$\begin{cases} e_x = \frac{1}{4}\sigma_a^4 (r\cos a\cos e)^2 + \frac{1}{4}\sigma_e^4 (r\cos a\cos e)^2 \\ e_y = \frac{1}{4}\sigma_a^4 (r\sin a\cos e)^2 + \frac{1}{4}\sigma_e^4 (r\sin a\cos e)^2 \\ e_z = \frac{1}{4}\sigma_e^4 (r\sin e)^2 \end{cases}$$

同样求和,得:

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{4} \sigma_a^4 r^2 \cos^2 e + \frac{1}{4} \sigma_e^4 r^2 \tag{27}$$

(26)

将式(25)和式(27)计算该情况下的相对误差,即:

$$\frac{\sigma_{2}^{2}}{\sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2}} = \left(\frac{1}{4}\sigma_{a}^{4}r^{2}\cos^{2}e + \frac{1}{4}\sigma_{e}^{4}r^{2}\right)$$

$$\bullet \left(\sigma_{r}^{2} + \sigma_{a}^{2}r^{2}\cos^{2}e + \sigma_{e}^{2}r^{2}\right)$$

$$+ \frac{1}{4}\sigma_{a}^{4}r^{2}\cos^{2}e + \frac{1}{4}\sigma_{e}^{4}r^{2}\right)^{-1} (28)$$

由式(28)可得,当 σ_a , σ_e 越大, σ_r 越小,相对误差就越大。当误差达到最大限值: $\sigma_r = 0$, $\sigma_a = \sigma_e = 1$ °时,式(28)化简为:

$$\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \frac{\sigma_a^2}{4 + \sigma_a^2} \approx \frac{(\pi/180)^2}{4 + (\pi/180)^2} \ll 1 \quad (29)$$

由式(29)可得,理论上而言,在该坐标系的转

换中,采用泰勒一阶展开即可得到接近于真实值 的转换结果,可忽略二阶及高阶展开部分。

3 仿真与误差分析

线性转换理论上不会引入额外的转换误差, 此处仿真实验仅对非线性的转换误差进行分析。 以雷达球坐标系转换到地心直角坐标系为例,分 析采用转换方法得到的协方差在目标不同位置 和不同量测精度下的相对误差,以及转换协方差 对航迹融合精度的改善效果。

3.1 量测精度对转换误差的影响

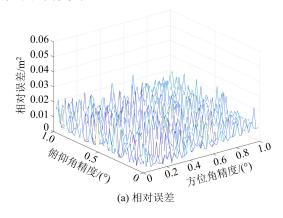
分析位于指定位置下不同斜距、方位和俯仰角量测精度的目标采用转换方法得到协方差的相对误差。设目标的雷达球坐标为(10 km,60°,60°),斜距量测误差为 σ_r =500 m,方位角量测精度在 σ_a =0.1°~1°,俯仰角量测精度在 σ_e =0.1°~1°分别等距取50个精度值。对于每个确定的方位和俯仰角精度,首先将目标位置量测值转换至地心直角坐标系,与真实值作差,经计算得到地心直角坐标系下的实测协方差。由于叠加的噪声具有随机性,统计多次实测误差结果,并计算统计协方差和:

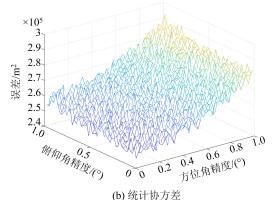
$$e = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left[(x'(k) - x)^{2} + (y'(k) - y)^{2} + (z'(k) - z)^{2} \right]}{n}$$
(30)

式中,(x,y,z)为雷达地心坐标目标真实值,(x'(k),y'(k),z'(k))为第 k 次仿真中球坐标系下的量测值转换到地心直角坐标系的值,n 为仿真次数。

将目标位置量测值和先验量测误差信息 σ_r 、 σ_a 和 σ_e 代入本文的协方差转换公式,得到直接转换的协方差。进行 100 次蒙特卡洛仿真,统计每次仿真中转换计算得出的协方差与统计协方差之间的相对误差,再求其均值。统计结果如图 3 所示。

从图 3 观察到,随着角度量测误差的增大,统 计协方差逐渐增大。统计协方差和与转换方法 得到的协方差和整体变化趋势和取值相近,但其 表面存在一定幅度的波动。这是由于虽然误差 服从均值为 0,标准差为先验值的高斯分布,但每 次实测数据的误差值并不刚好等于标准差,统计 协方差与采用先验值和转换方法得到的协方差 存在一定差异。尽管如此,转换所得的相对误差 始终能够保持在 4%以内,体现了实测情况下转 换方法的有效性。





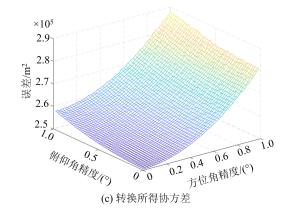


图 3 不同量测角精度下协方差和对比 Fig. 3 Covariance and comparison under different measurement accuracy

保持目标坐标位置不变,设置方位角量测精度为 $\sigma_a=1^\circ$,斜距量测误差在 $\sigma_r=50\sim500$ m,俯仰角量测精度在 $\sigma_e=0.1^\circ\sim1^\circ$ 分别等距取 50 个精度和俯仰角量测精度为 $\sigma_e=1^\circ$,斜距量测误差在 $\sigma_r=50\sim500$ m,方位角量测精度在 $\sigma_a=0.1^\circ\sim1^\circ$ 分别等距取 50 个精度值 2 种仿真情况。同样进行 100 次蒙特卡洛仿真,统计平均相对误差,结果如图 4 所示,采用转换方法得到的相对误差始终能够保持在 4%以内。

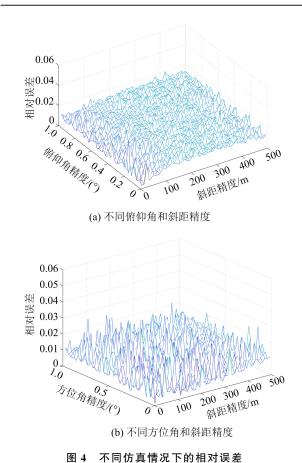


Fig. 4 Relative error under different simulation scenarios

3.2 目标位置对转换误差的影响

分析位于球坐标中不同位置下的目标采用转换方法得到协方差的相对误差。设目标在雷达球坐标系下,斜距 $r=10~{\rm km}$,方位角在 $0^{\circ}\sim 360^{\circ}$,俯仰角在 $-180^{\circ}\sim 180^{\circ}$ 分别等距取 $36~{\rm c}$ 角度,量测误差为 $\sigma_r=50~{\rm m}$, $\sigma_a=1^{\circ}$, $\sigma_e=1^{\circ}$ 。对于每个确定的方位和俯仰角度下的目标,同 $3.1~{\rm c}$ 节类似,先计算统计协方差,再进行 $100~{\rm c}$ 蒙特卡洛仿真,计算转换方法得到的协方差和相对误差。

转换结果如图 5 所示。从图中观察到,对应目标不同的方位角和俯仰角情况,相对于转换方法计算的协方差和,实测协方差和出现小幅度的波动,这是由于叠加了随机量测噪声。整体上看,转换方法所得量测方差与统计所得量测协方差较为相近,并且转换方法得到的相对误差波动都控制在较小范围内,体现了转换方法的适应性。其中,相对误差均值为 0.011 5。

对目标斜距 r = 100 km 时进行了不同俯仰和方位角下的协方差计算和相对误差对比,结果表明,相对误差仍能控制在 5% 以内。

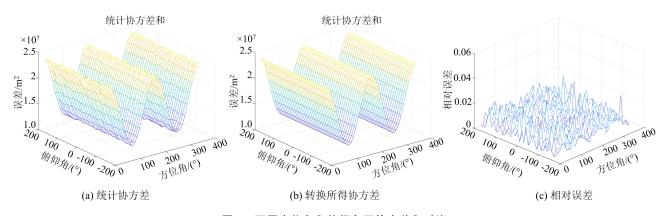


图 5 不同方位角和俯仰角下协方差和对比

Fig. 5 Covariance and comparison under different azimuth and pitch angles

3.3 协方差转换对融合精度的影响

为考察转换协方差对融合效果的影响,设计 航迹融合战情,与只考虑雷达初始量测精度进行加 权融合进行对比,验证转换协方差方法的有效性。

3.3.1 实验设置

设置 3 个雷达,1 个目标战情,雷达和目标位置如表 1 所列,仿真时间为 100 s,融合间隔为 1 s,目标速度为 $v_x = v_y = -300$ m/s, $v_z = 300$ m/s,3 个雷达的量测精度相同,均为 $\sigma_r = 100$ m,

表 1 雷达站和目标位置 Tab. 1 Location of radar station and targets

地心 直角坐标	x/m	y/m	z/m
雷达I	-3 610 169	4 471 655	2 757 575
雷达Ⅱ	-3 310 463	4 100 430	3 581 252
雷达Ⅲ	-2660529	4 549 097	3 581 252
目标	-2702891	4 691 583	3 360 000

 $\sigma_a = \sigma_e = 0.1$ °。整体融合流程如图 6 所示,各雷达在各自的雷达球坐标下探测目标,将量测结果

转换到地心直角坐标系,进行卡尔曼滤波,对滤波结果进行航迹融合。

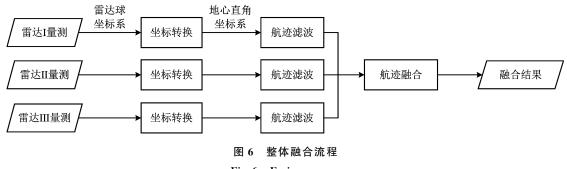


Fig. 6 Fusion process

3.3.2 协方差转换对滤波效果的影响

各航迹转换到地心直角坐标系下进行卡尔曼滤波,在滤波初始量测噪声设置中,对比使用固定值 \mathbf{R}_1 和协方差转换值 \mathbf{R}_2 初始化所得到的滤波结果,其中 \mathbf{R}_1 为:

$$\mathbf{R}_{1} = \begin{bmatrix} 10\ 000 & 0 & 0 \\ 0 & 10\ 000 & 0 \\ 0 & 0 & 10\ 000 \end{bmatrix}$$
 (31)

式中,**R**₂为第一个滤波时刻由量测航迹和先验雷达量测精度计算出的转换协方差值。

分别计算使用 2 种量测噪声初始化方法得到的滤波航迹误差,进行 50 次蒙特卡洛仿真实验,根据式(32)统计每个仿真时刻的均方根误差,并求均值,结果如表 2 所列。观察到采用转换的协方差初始化的滤波航迹误差更小,滤波结果更优,协方差的准确转换有利于航迹的滤波。

$$\psi_{\text{RMSE}}(k) = \left\{ \sum_{j=1}^{m} \left[(\hat{x}_{i}(k,j) - x(k))^{2} + (\hat{y}_{i}(k,j) - y(k))^{2} + (\hat{z}_{i}(k,j) - z(k))^{2} \right] \cdot m \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(32)

式中, $(\hat{x}_i(k,m),\hat{y}_i(k,m),\hat{z}_i(k,m))$ 为第 i 个 雷达(i=1,2,3)在时刻 k 的第 j 次仿真中的滤波结果,(x(k),y(k),z(k))为目标在时刻 k 的真实位置,m 为仿真总次数。

表 2 不同初始化方法的均方根误差

Tab. 2 Root mean square error of different initialization methods

初始化方法	固定值初始化	协方差初始化
	1 569.25	1 463.62

3.3.3 协方差转换对融合效果的影响

对比只考虑雷达在量测坐标系下的量测精度和使用转换后的协方差进行航迹融合的融合精度:由于3个雷达的斜距、方位和俯仰角量测精度相同,若只参考雷达在球坐标系下的量测精度,则融合权值应该均等分配,即采用平均加权法。而另一种方法采用由每次的量测值和雷达先验量测精度计算每条航迹转换到统一坐标系(地心直角坐标系)下的协方差,进行航迹加权融合。其中,滤波时均采用了协方差转换值初始化量测噪声。

进行 50 次蒙特卡洛仿真,得到采用 2 种权值的融合结果,分别统计每个时刻的融合均方根误差,类似式(32),并求均值,结果如表 3 所列。2 种融合方法下,均方根误差随仿真时间的变化如图 7 所示。

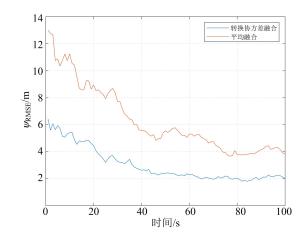


图 7 不同融合方法的融合误差对比

Fig. 7 Comparison of fusion errors of different fusion methods

由图7和表3可知,采用转换协方差进行融

合的融合航迹精度更高,因此,协方差的转换能够更精确地衡量航迹在不同坐标系中各方向的误差水平,从而有利于获得更优的融合结果。

表 3 不同融合方法的误差

Tab. 3 Error of different fusion methods

加权融合方法	初始量测精度 加权	转换协方差 加权
均方根误差/m	631.73	299.93

4 结束语

航迹的协方差作为雷达对目标的探测精度 描述,对改善航迹融合效果,提高目标跟踪精度 有着重要的意义。本文提出了将量测协方差在 各常用坐标系之间转换的便捷方法,能够实现坐 标转换为线性和非线性 2 种情况下的协方差转 换,并通过仿真验证了在给定实验环境中非线性 转换下转换方法的相对误差始终保持在可接受 的范围内,最后对比了协方差转换对航迹融合精 度的影响,说明只有正确使用协方差才能提高航 迹融合精度。下一步考虑将该转换方法应用于 各种不同类型的坐标系并分析转换误差,验证转 换方法的通用性和适应性。而如何减小量测协 方差的转换误差,如何将协方差信息更好地参与 信息融合也是值得研究的问题。

参考文献

- [1] GENG Z. Evolution of netted radar systems[J]. IEEE Access, 2020, 8: 124961-124977.
- [2] GUO J, TAO H. Cramor-Rao lower bounds of target positioning estimate in netted radar system[J]. Digital Signal Processing, 2021, 118; 103222.
- [3] YUAN Y, TU G, WANG B, et al. Calculation of deception probability of netted radar based on non-central chi-square distribution [J]. International Journal of Distributed Sensor Networks, 2021,17(7): 1-8.
- [4] CONG X, HAN Y, SHENG W, et al. Spatio-temporal alignment and trajectory matching for netted radar without prior spatial information and time delay[J]. IEEE Access, 2020, 8: 126965-126976.
- [5] KIM D Y, RISTIC B, GUAN R, et al. A Bernoulli track-before-detect filter for interacting targets in maritime radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021,57(3):1981-1991.
- [6] GUNNERY S, BETHI P, PRASHANTHA K H, et al. Tracking of radar targets with in-band wireless

- communication interference in RadComm spectrum sharing[J]. IEEE Access, 2022, 10: 31955-31969.
- [7] ZHAO S, HUANG Y, WANG K, et al. Multi-source data fusion method based on nearest neighbor plot and track data association[C]//Proceedings of 2021 IEEE Sensors. [S. l. :s. n.],2021; 1-4.
- [8] 谭顺成,陈中华,于洪波. 分布式 2D 雷达网的航迹关 联方法[J]. 现代防御技术,2021,49(4):49-55. TAN Shuncheng, CHEN Zhonghua, YU Hongbo. Track association in distributed 2D radar network[J]. Modern Defence Technology, 2021,49(4):49-55. (in Chinese)
- [9] KAZIMIERSKI W, STATECZNY A. Radar and automatic identification system track fusion in an electronic chart display and information system[J]. Journal of Navigation, 2015, 68(6): 1141-1154.
- [10] SUN W F, PANG Z Z, HUANG W M, et al. Vessel velocity estimation and tracking from Doppler echoes of T/R-R composite compact HFSWR[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2021, 14: 4427-4440.
- [11] 何友. 雷达数据处理及应用[M]. 3 版. 北京:电子工业出版社,2009.

 HE You. Radar data processing and application[M].

 3rd ed. Beijing: Electronic Industry Press, 2009. (in Chinese)
- [12] 赵艳丽. 弹道导弹雷达跟踪与识别研究[D]. 长沙:国 防科学技术大学, 2007. ZHAO Yanli. Study on radar tracking and discrimination for ballistic missiles[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007. (in Chinese)
- [13] MO L, SONG X, ZHOU Y, et al. Unbiased converted measurements for tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34 (2): 1023-1027.
- [14] MALLICK M, CHANG K C, ARULAMPALAM S, et al. Heterogeneous track-to-track fusion in 3D using IRST sensor and air MTI radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55 (6): 3062-3079.
- [15] ZHANG L Z, WU P L, ZHANG X Y. Air defense missile detonation delay control based on FPGA/DSP [J]. WSEAS Transactions on System, 2013, 12(4): 202-211.
- [16] WANG C C, W P L, BO Y M. Maneuvering target tracking with adaptive debiased converted measurement filter[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017, 25(1): 1-6.
- [17] 于振华,熊美英. 一种雷达航迹融合技术的设计原理

及实现[J]. 舰船电子对抗,2015,38(4):36-39. YU Zhenhua, XIONG Meiying. Design theory and realization of a radar track fusion technlogy[J]. Shipboard Electronic Countermeasure, 2015,38(4):36-39. (in Chinese)

- [18] KYUOKE Y, DAEYOUNG K. Non-uniform fusion tree generation in a dynamic multi-sensor system[J]. Sensors, 2017, 17(5): 1020.
- [19] 刘健波,王运锋. 分布式雷达航迹融合关键技术研究 [J]. 四川大学学报(工程科学版),2006(6):119-122. LIU Jianbo, WANG Yunfeng. Study on the algorithm of distributed radar tracks fusion [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition),2006 (6):119-122. (in Chinese)
- [20] 赵锋, 艾小锋, 刘进, 等. 组网雷达系统建模与仿真[M]. 北京:电子工业出版社, 2018.

 ZHAO Feng, AI Xiaofeng, LIU Jin, et al. Modeling and simulation of netted radar system[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2018. (in Chinese)
- [21] LI X, JIN S L, YIN G S. A track association algorithm based on leader-follower on-line clustering in dense target environments [J]. Radio Engineering, 2014, 23(1): 259-265.
- [22] XU L, PAN L, JIN S, et al. A reliability-based track fusion algorithm[J]. PLOS One, 2015, 10(5): 1-12.
- [23] MA K, ZHANG H, WANG R, et al. Target tracking system for multi-sensor data fusion [C]//Proceedings of the 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference. [S. l.: s. n.], 2017: 1768-1772.
- [24] KUMARI U M, KOUSHIK A S, PRASANNA D. An improved radar target tracking system using fusion algorithm of Kalman and particle filters [C]//Proceedings of 2018 International Conference on Recent Innovations in Electrical, Electronics & Communication Engineering, [S. l.; s. n.], 2018; 2629-2633.

作者简介



吴 静

女,1998 年生,博士研究生,研究方向 为组网雷达数据融合、特征提取 E-mail:763999965@qq.com



艾小锋

男,1983年生,博士,副研究员,研究方向为双基地雷达成像、特征提取 E-mail;anxifu2001@163,com



赵 锋

男,1978年生,博士,教授,博士研究生导师,研究方向为电子信息系统仿真建模评估

E-mail:zhfbee@tom.com



徐振海

男,1977年生,博士,研究员,博士研究 生导师,研究方向为阵列雷达设计与 处理

E-mail: drxzh930@ sina. com



肖顺平

男,1964年生,博士,教授,博士研究生导师,研究方向为电子信息系统仿真评估

E-mail: xiaoshunping_nudt@163.com

责任编辑 安 蓓