

引用格式: 刘振, 苏晓龙, 师俊朋, 等. 稀疏阵列波达方向估计研究进展[J]. 信息对抗技术, 2023, 2(4/5): 1-15. [LIU Zhen, SU Xiaolong, SHI Junpeng, et al. Research progress on DOA estimation via sparse array[J]. Information Countermeasure Technology, 2023, 2(4/5): 1-15. (in Chinese)]

稀疏阵列波达方向估计研究进展

刘 振¹, 苏晓龙¹, 师俊朋², 户盼鹤¹, 刘天鹏¹, 黎 湘^{1*}

(1. 国防科技大学电子科学学院, 湖南长沙 410073; 2. 国防科技大学电子对抗学院, 安徽合肥 230037)

摘 要 波达方向(direction of arrival, DOA)估计是阵列信号处理领域的重要研究方向,也是电子侦察与电子攻击领域的关键技术之一。以提高 DOA 估计精度和降低计算复杂度为导向,结合模型驱动和数据驱动方法的各自优势,提出了基于深度展开网络的 DOA 估计统一框架,阐述了稀疏阵列离网格 DOA 估计、无网格 DOA 估计以及混合信号参数估计等方面的研究进展。对复杂信号模型下的 DOA 估计、深度展开网络性能分析与挖掘以及分布式稀疏阵列回波信号融合处理等后续的研究内容进行了展望。

关键词 稀疏阵列; DOA 估计; 深度展开网络; 稀疏重构; 混合信号

中图分类号 TP 911

文章编号 2097-163X(2023)04/05-0001-15

文献标志码 A

DOI 10.12399/j.issn.2097-163x.2023.04-05.001

Research progress on DOA estimation via sparse array

LIU Zhen¹, SU Xiaolong¹, SHI Junpeng², HU Panhe¹, LIU Tianpeng¹, LI Xiang^{1*}

(1. College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract Direction of arrival (DOA) estimation is an important research topic of array signal processing, which is also one of the key technologies in the field of electronic reconnaissance and electronic attack. In order to improve the accuracy for DOA estimation and reduce computational complexity, this paper presented a unified framework of DOA estimation with deep unfolding networks, which combines the advantages of model driven approaches and data driven approaches. Moreover, this paper introduced the research progress of off-grid DOA estimation, gridless DOA estimation and mixed signal parameter estimation with sparse arrays. Finally, the following research ideas were prospected from the aspects of the DOA estimation under complex signal models, the performance analysis and mining of deep unfolding network, and the echo signal fusion processing of distributed sparse array.

Keywords sparse array; DOA estimation; deep unfolding network; sparse reconstruction; mixed signal

收稿日期: 2023-04-20

修回日期: 2023-06-08

通信作者: 黎湘, E-mail: lixiang01@vip.sina.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62201588, 62022091, 62071476, 61921001); 中国博士后科学基金资助项目(2021T140788, 2020M683728); 湖湘青年科技创新人才项目(2020RC2041, 2021RC3079); 国防科技大学科研计划项目(ZK20-33, ZK21-14)

0 引言

波达方向(direction of arrival, DOA)估计是阵列信号处理领域的重要研究方向^[1-2],在雷达、通信、声呐、电子对抗等方面具有广泛的应用^[3-4]。近年来,国内外专家学者对 DOA 估计问题进行了广泛深入的研究,形成了以子空间类^[5]和稀疏表示类方法^[6]为代表的模型驱动方法,以及以深度神经网络^[7]和卷积神经网络^[8]为代表的驱动方法。然而,日益复杂的信号环境对 DOA 估计的有效性和实时性提出了更高的要求,现有的阵列设计以及信号参数估计方法也面临了巨大的挑战,主要表现在以下 3 个方面:

1) 均匀阵列孔径与测向精度之间的矛盾。为避免角度模糊,要求阵元间距 $d \leq \lambda/2$ (λ 为波长),因此阵列工作频率的最大值决定了 2 个相邻阵元的间距,当频率过高时,在半波长范围内的 2 个阵元存在严重互耦,导致 DOA 估计性能急剧下降。为了提高 DOA 估计的分辨率,需要通过增加阵元数目来扩大阵列孔径,但往往伴随硬件系统成本的增加^[9]。

2) 模型驱动方法在模型失配情况下性能急剧下降。在模型驱动方法中,子空间类方法的计算复杂度相对较低,但不适用于低信噪比和小快拍情况^[10-12];稀疏表示类方法在低信噪比和小快拍数情况下性能相对较好,却以相对较大的计算量为代价,收敛速度较慢,导致 DOA 估计的实时性较差。另外,尽管模型驱动方法有较为明确的统计学或物理学含义,但是模型的构建严重依赖于先验知识和假设,在模型失配情况下,模型驱动方法对误差的适应能力较差,导致 DOA 估计性能严重下降甚至完全失效^[13-16]。

3) 数据驱动方法对未知数据的泛化能力不足。数据驱动方法是利用大量的数据对网络进行训练,从而建立输入和输出之间的映射关系^[17-18]。相比于模型驱动方法,数据驱动方法的计算复杂度较低、实时性较好^[19-20]。此外,由于数据驱动方法通过对非理想情况下的训练样本进行特征提取,对不同类型误差的适应能力较强。然而,数据驱动方法往往需要大量的训练样本,并且网络参数的可解释性较差,导致对未知数据的泛化能力不足。

稀疏阵列相比于均匀阵列,在阵列孔径相同

时,稀疏阵列所需阵元数更少,能够降低硬件系统的成本,并且可以抑制阵元间耦合对 DOA 估计性能的影响^[21]。深度展开网络作为一种级联神经网络,通过将稀疏重构算法的迭代步骤建模为神经网络的隐藏层,并结合数据集进行训练,兼具模型驱动方法和数据驱动方法的双重优势,可有效提高 DOA 的估计精度和收敛速度^[22]。

为了提高稀疏阵列结构下的 DOA 估计精度和降低计算复杂度,本文结合模型驱动和数据驱动方法的各自优势,提出了基于深度展开网络的 DOA 估计统一框架,阐述了稀疏阵列离网格 DOA 估计、无网格 DOA 估计以及混合信号参数估计等方面的研究进展,并对后续的研究内容进行了展望,力图为改善 DOA 估计性能提供理论支撑。

1 稀疏阵列 DOA 估计

在利用稀疏阵列进行 DOA 估计时,子空间类方法需要对虚拟阵元进行平滑处理,仅能提取虚拟阵元的连续部分,而稀疏重构类方法不需要平滑处理的过程,能够充分利用所有虚拟阵元。由于稀疏重构方法的模型构建依赖于模型先验信息,当模型失配时,DOA 估计性能会严重下降甚至失效,而通过深度学习方法对 DOA 进行估计能够提高误差适应能力。为了更好地讨论稀疏阵列的 DOA 估计,本节首先介绍稀疏阵列设计的研究现状,并分别介绍基于稀疏重构的 DOA 估计和基于深度学习的 DOA 估计研究现状。

1.1 稀疏阵列设计研究现状

通过将稀疏阵列的阵元位置进行差分可以得到“差联合阵列”,由于“差联合阵列”的虚拟阵元数多于原始稀疏阵列的阵元数,从而可以提高阵列自由度和 DOA 估计的分辨率。

典型的稀疏阵列主要包括最小冗余阵列、嵌套阵列和互质阵列。在阵元个数相同的情况下,最小冗余阵列具有最大的自由度^[23],但是该阵列阵元位置只能通过穷举法确定,没有具体的闭式解。嵌套阵列^[24]和互质阵列^[25]的阵元位置具有闭式解,相比于互质阵列对应的“差联合阵列”存在孔洞,嵌套阵列对应的“差联合阵列”不存在孔洞,能够有效利用连续虚拟阵元形成的孔径,但由于存在密布子阵而具有较高的互耦。

在嵌套阵列和互质阵列的基础上,相关学者

又发展和设计出一系列演化后的稀疏阵列。QIN 等^[26]将互质阵列进行压缩和平移扩展为广义互质阵列,该阵列能够降低“差联合阵列”中虚拟阵元重合的数量。IIZUKA 等^[27]提出了扩展的两级嵌套阵列,在两级嵌套阵列的 2 个子阵之间增加合理的阵元间距,从物理结构中扩大了阵列孔径。YANG 等^[28]利用 2 个均匀线阵和 1 个额外的阵元,设计了改进的嵌套阵列,能够提升了阵列的自由度。此外,YANG 等^[29]利用多个相同的最小冗余子阵列设计了嵌套式最小冗余阵列,进一步提升了阵列的自由度。由于嵌套阵列中存在密集子阵,阵元间距过小更容易受到互耦效应的影响。为了避免嵌套阵列的互耦效应,LIU 等^[30]提出了超嵌套阵列,将嵌套阵列中密集子阵的部分阵元放置在稀疏子阵中,能够达到降低阵列的互耦效应的目的。LIU 等^[31]提出了增广嵌套阵列,将嵌套阵列的密集子阵的阵元重新分布在稀疏子阵的两侧,能够达到降低阵列的互耦效应和提高阵列的自由度的目的。作者团队先后设计了广义嵌套阵、广义稀薄互质阵、高阶增广互质阵、广义增强互质阵等,推导得出了“差联合阵列”中连续阵元数和总阵元数在不同参数时的闭式解,实现了连续自由度与互耦的联合优化^[32-36]。

1.2 基于稀疏重构的 DOA 估计研究现状

基于稀疏重构的 DOA 估计方法是一种典型的模型驱动类方法,这类方法通过建立阵列接收数据与 DOA 之间的数学模型,利用不同的匹配准则实现 DOA 估计。由于稀疏表示方法将空间域划分为离散网格,当 DOA 没有落在网格上会出现网格失配的情况^[37],进而会降低 DOA 估计的性能。国内外专家学者针对网格失配情况下 DOA 估计进行了深入的研究,形成了离网格^[38-50]和无网格^[51-63]2 类方法。

离网格方法通过在信号模型中引入量化误差,不再严格限定信号落在网格之上。YANG 等^[44]提出了通过基追踪去噪的数学模型对 DOA 最邻近的网格以及对应的量化误差进行联合求解。相比于稀疏全局最小二乘法^[45],该方法中的正则化参数可以通过离网格数学模型和噪声进行设置。此外,YANG 等^[46]利用泰勒一阶展开式的离网格数学模型和稀疏贝叶斯学习理论,提出了基于离网格稀疏贝叶斯推论的 DOA 估计方

法,该方法通过奇异值分解的过程能够降低计算复杂度,并且同时适用于单快拍数和多快拍数的情况。JAGANNATH 等^[47]针对上述基于泰勒一阶展开式的离网格数学模型和量化误差估计的性能进行了分析。TAN 等^[48]提出了联合稀疏恢复方法,解决了超完备词典失配的问题,能够提高离网格 DOA 估计性能。此外,WU 等^[49]利用扰动协方差矩阵,提高了稀疏贝叶斯学习方法对离网格 DOA 估计的收敛性。DAS^[50]利用酉变换将离网格 DOA 估计问题从复数域转换为实数域,降低了稀疏贝叶斯学习方法对离网格 DOA 估计的计算复杂度。

虽然离网格方法能够提高 DOA 估计精度,但是离网格方法仍然无法摆脱网格划分的影响^[51],当量化误差较大时,通过一阶泰勒级数展开无法对阵列的接收数据进行准确描述,进而会降低离网格估计精度^[52]。近年来,国内外专家学者又提出了一大类新的无网格方法,主要包括基于原子范数理论类方法和基于协方差匹配准则类方法。CHANDRASEKARAN 等^[53]提出的原子范数理论具有对连续字典集的稀疏约束能力,BHASKAR 等^[54]建立起原子范数和 l_1 范数之间的关系,证明了原子范数理论的稀疏重构问题等价于无穷网格划分下的 l_1 范数最小化问题。对于原子范数理论类方法,在无噪情况下,TANG 等^[55]提出了基于半正定规划的无网格 DOA 估计方法;在噪声情况下,TANG 等^[56]又提出了基于原子范数软阈值的无网格 DOA 估计方法。此外,在原子范数最小化理论框架下,MISHRA 等^[57]引入了概率分布函数,提出了基于先验知识的 ANM 方法,该方法能够提高 DOA 估计精度。为了增强稀疏约束能力,YANG 等^[58]利用对数函数提出了加权原子范数最小化方法。为了降低计算复杂度,SEMPER 等^[59]通过交替方向乘法(alternating direction method of multipliers, ADMM)对半正定规划问题进行求解。针对同时存在近场信号和远场信号的情况,WU 等^[60]通过地址矩阵重构实现混合信号的无网格参数估计。在稀疏阵列下,WAGNER 等^[61]通过 ANM 方法和广义求根 MUSIC(Root-MUSIC)方法实现入射信号的无网格 DOA 估计。对于协方差匹配准则类方法,YANG 等^[62]在多快拍数情况下提出了无离散化稀疏和参数化方法。此外,YANG

等^[63]在单快拍数情况下将稀疏迭代协方差估计(sparse iterative covariance based estimation, SPICE)方法扩展到无网格 DOA 估计场景,提出了无网格 SPICE 方法,这 2 种方法都不需要任何的先验知识,并且可以对相干 DOA 进行估计。此外,YANG 等^[63]证明了基于原子范数理论类方法和基于协方差匹配准则类方法之间具有一定的等价性,并具有各自的优势。原子范数理论类方法需要噪声功率等先验知识,因此在低信噪比情况下的性能弱于协方差匹配准则类方法^[63]。作者团队从“相干系数矩阵重构”视角提出了一种降复杂度稀疏重构算法用于稀疏阵列混合目标参数估计,以提升角度估计性能^[64]。由于协方差匹配准则类方法基于非相干的统计性假设,因此这类方法在相干信号情况下的性能弱于原子范数理论类方法。

1.3 基于深度学习的 DOA 估计研究现状

基于深度学习的 DOA 估计方法属于数据驱动类方法,利用大量的数据对网络进行训练,建立接收数据和 DOA 之间的映射关系^[65-75]。LIU 等^[7]通过多任务自编码器将空间范围划分为若干个子区域,利用深度神经网络实现信号的 DOA 估计,具有对误差的适应能力。WU 等^[8]利用稀疏先验信息,通过卷积神经网络实现信号的 DOA 估计,能够降低 DOA 估计的计算时间。BARTHELME 等^[76]利用深度神经网络从子阵列的协方差矩阵恢复整个阵列的协方差矩阵,通过 MUSIC 方法对 DOA 进行估计,将参数估计视为回归问题,能够提高 DOA 估计精度。为了提高在低信噪比和阵列互耦情况下的 DOA 估计精度,CHEN 等^[77]通过去噪自动编码器恢复无噪声情况下的协方差向量,通过深度神经网络得到每个子区域中的空间谱,利用空间谱的峰值实现 DOA 的精确估计^[77]。CONG 等^[78]利用自动编码器和一系列并行有向无环图网络,将 DOA 估计视为回归问题,其中并行 DAGN 的每个子网络由一个卷积神经网络和 2 个双向长短期记忆网络组成,能够提高在阵列互耦和色噪声等非理想情况下的估计性能。针对信号个数大于阵元个数的欠定情况,CHEN 等^[79]提出了一种基于深度残差网络的 DOA 估计方法,通过对叠加不同时间延迟的多个协方差矩阵进行特征提取,利用超分辨的空间谱对欠定情况的 DOA 进行估计,相比于传

统模型驱动方法,深度残差网络能够提高计算效率以及低信噪比情况下的估计精度。针对空域离散网格划分对 DOA 估计精度带来的影响,WU 等^[80]提出了通过卷积神经网络得到无噪声协方差矩阵,利用 Root-MUSIC 方法实现无网格 DOA 估计,能够突破网格划分的限制,提高 DOA 估计的精度。

2 基于深度展开网络的 DOA 估计

相比于模型驱动方法,深度神经网络和卷积神经网络等数据驱动方法属于“黑箱”模型,网络参数的可解释性较差。此外,在网络的训练过程中,容易出现过拟合情况,需要根据经验对神经网络的结构以及参数不断进行尝试和调整^[81]。由于深度展开网络将稀疏重构算法的迭代步骤建模为神经网络的隐藏层,每一个隐藏层对应稀疏重构方法的一次迭代过程,相比于稀疏重构方法需要较多的迭代次数才能达到收敛,深度展开网络可以用较少的层数达到收敛,因此可以提高收敛速度^[82-84]。相比于传统的深度神经网络和卷积神经网络,深度展开网络的隐藏层的参数对应迭代求解的计算过程,因此具有一定的数学含义。在训练过程中,深度展开网络能够学到隐含在数据背后的规律,对于未经训练的数据,网络也能给出合理的输出,因此具有一定的泛化能力^[85-86]。本节在基于深度展开网络的 DOA 估计统一框架下,介绍离网格 DOA 估计、无网格 DOA 估计以及混合信号参数估计等方面的研究进展。

2.1 基于深度展开网络的 DOA 估计统一框架设计

基于深度展开网络的 DOA 估计框架如图 1 所示,深度展开网络建立了输入数据和 DOA 之间的映射关系,图中虚线框内为基于深度展开网络 DOA 估计的核心部分,主要包括数据预处理、深度展开网络的训练与测试、数据后处理 3 个部分。

数据预处理也称为特征提取的过程,通过对稀疏阵列接收信号的原始数据进行转换,可以减少网络输入数据的维度,从而加快网络的收敛速度,减少网络的训练时间。常用的数据预处理方法包括相位差预处理、协方差矩阵预处理和协方差向量预处理等方法。

在深度展开网络的构建过程中,需要将稀疏

重构方法的迭代过程转化为神经网络的级联形式。如图 2 所示,将原始算法的迭代步骤作为神经网络的隐藏层,通过将隐藏层进行级联可以构建出深度展开网络,网络的初始化参数对应原始算法迭代过程中的参数^[87-89]。深度展开网络相当于执行了原始算法的有限次迭代步骤,在网络

训练的过程中,通过链式求导将损失函数的梯度从最后一层反向逐层传播至第一层,沿梯度的相反方向对网络的参数进行更新。在实际应用中,需要根据不同稀疏重构方法的优缺点以及不同情况下的参数估计特点,选取相应的方法对空间谱进行重构。

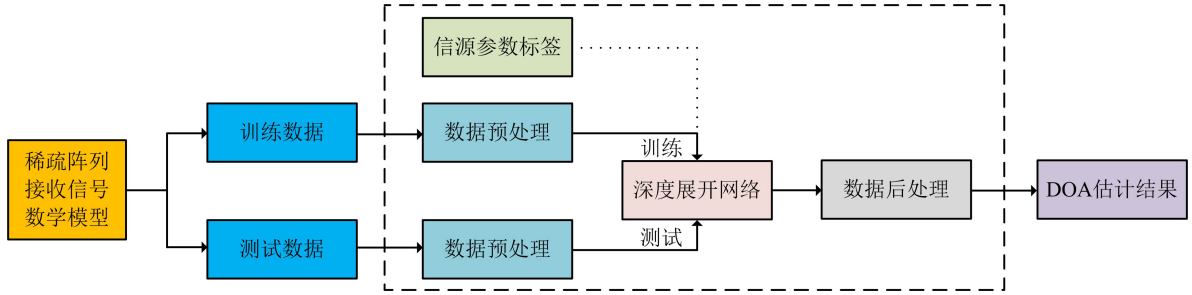


图 1 基于深度展开网络的 DOA 估计框架图

Fig. 1 The framework diagram of DOA estimation based on deep unfolding network

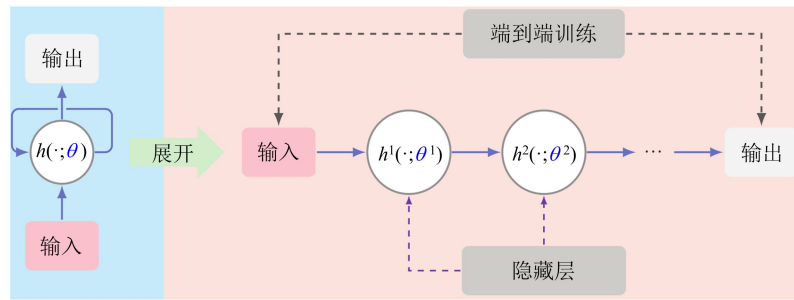


图 2 深度展开网络框架图

Fig. 2 The framework diagram of deep unfolding network

在深度展开网络的训练过程中,如果使用到训练数据对应的 DOA 标签,则视为有监督学习;反之,如果没有使用到 DOA 标签,则视为无监督学习。在完成深度展开网络训练后的测试过程中,将稀疏阵列的实际接收数据或通过数学模型生成的测试数据进行预处理,并将其作为深度展开网络的输入,通过对网络的输出进行数据后处理可以对网络的性能进行测试。

一般来说,不同类型网络的输出需要用不同的数据后处理方法,回归类型网络的输出即为 DOA 的估计值,而分类网络需要根据输出类别对应的角度来得到 DOA 的估计值。

2.2 基于深度展开 ADMM 网络的离网格 DOA 估计方法(应用 I)

离网格 DOA 估计场景如图 3 所示,当 DOA 不属于词典角度集合时,如果通过减小角度的间隔来提高估计精度,这会导致超完备词典维度增大,从而在稀疏重构的过程需要更大的计算量。

此外,根据稀疏表示理论的互不相干准则(mutual incoherence property, MIP)和有限等距准则(restricted isometry property, RIP),如果角度的间隔划分过小,会使得超完备词典的不同列之间存在高度相关性,从而导致稀疏重构的算法失效。

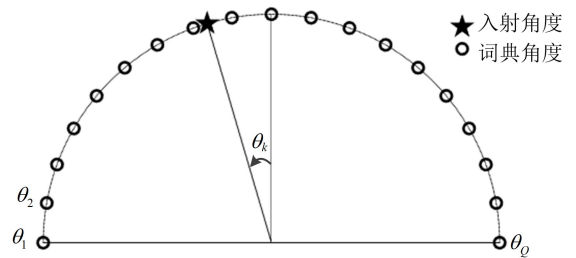


图 3 离网格 DOA 估计示意图

Fig. 3 The diagram of off-grid DOA estimation

为了提高离网格 DOA 估计的收敛速度,作者团队提出了基于深度展开 ADMM 网络的离网格 DOA 估计方法^[90],引入了 DOA 与最邻近角

度之间的量化误差,利用超完备词典的一阶导数,建立了实数域离网格 DOA 估计的数学模型。为了加快 ADMM 算法的收敛速度,将 ADMM 算法的迭代步骤展开为网络级联的形式,所构建的深度展开 ADMM 网络如图 4 所示,利用前一层的离网格量化误差矩阵对当前层的空间谱进行估计,利用前一层的空间谱对当前层的离网格量

化误差矩阵进行估计,利用最后一层输出的空间谱和离网格量化误差可以实现离网格 DOA 估计。

当 2 个信号的 DOA 分别为 -10.95° 和 2.98° 时,图 5 给出了离网格 DOA 估计结果,可以看出,通过空间谱峰值对应的角度以及离网格误差中的峰值,可以实现离网格 DOA 估计。

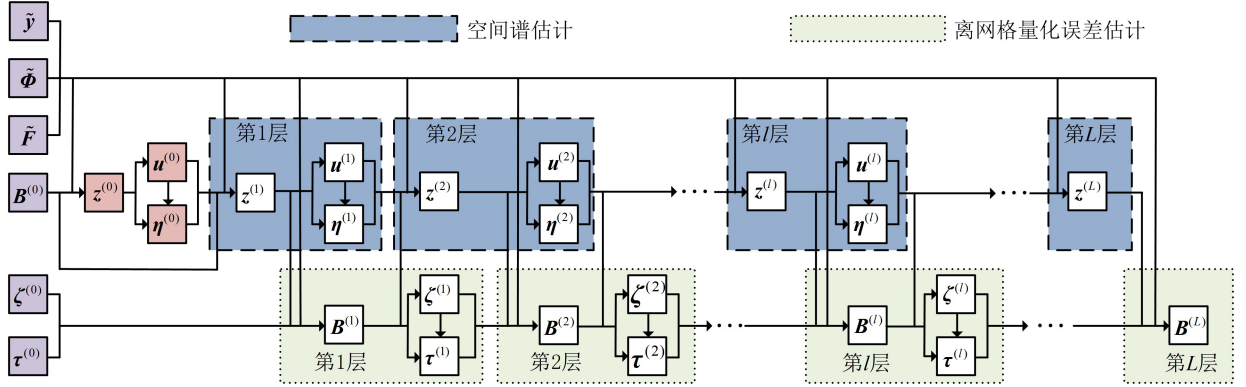


图 4 基于深度展开 ADMM 网络的离网格 DOA 估计结构图

Fig. 4 The diagram of off-grid DOA estimation based on deep unfolding ADMM network

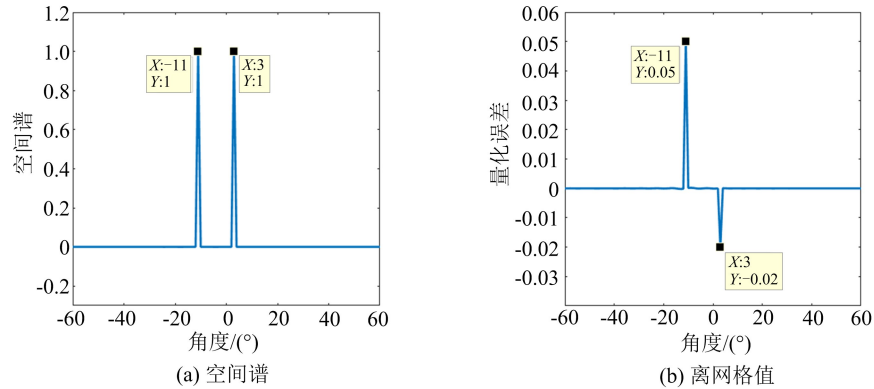


图 5 离网格 DOA 估计结果

Fig. 5 The result of off-grid DOA estimation

2.3 基于深度展开 AP 网络的无网格 DOA 估计方法(应用 II)

虽然离网格 DOA 估计方法能够提高估计精度,但是当量化误差较大时,通过一阶泰勒级数展开无法对离网格 DOA 估计的数学模型进行准确描述,进而会降低离网格 DOA 的估计精度。一般来说,离网格 DOA 估计方法的精度与超完备词典的划分间隔有关,超完备词典的划分间隔越小,离网格 DOA 的估计精度越高。但是,间隔划分的过小会导致不能满足稀疏重构的 MIP 和 RIP 准则^[91-92],进而无法实现离网格 DOA 估计。此外,减小网格划分的间隔会增加超完备词典及其一阶导数

的维度,导致离网格 DOA 估计的计算复杂度上升。

为了进一步提高 DOA 估计精度,作者团队提出了基于深度展开交替投影(alternating projections, AP)网络的无网格 DOA 估计方法^[93]。深度展开 AP 网络结构如图 6 所示,首先通过特征值分解将协方差矩阵进行降维,构建具有原子范数形式的测量向量 \mathbf{y} ,接着将模型驱动 AP 算法的迭代步骤展开为神经网络的级联形式,通过半正定矩阵 $\mathbf{\Lambda}^{(1)}$ 和广义 Toeplitz 矩阵 $\mathbf{\Omega}^{(1)}$ 的交替投影,进而得到嵌套阵列下具有广义 Toeplitz 矩阵形式的协方差矩阵 $\mathbf{Z}^{(1)}$,最后通过广义 Root-MUSIC 方法得到无网格 DOA 估计。

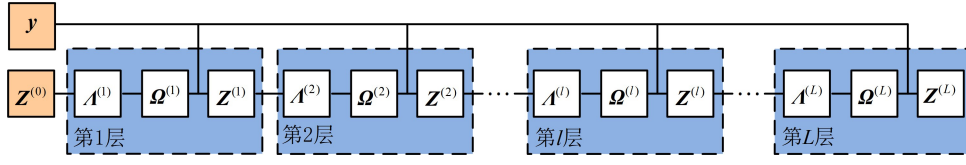


图 6 基于深度展开 AP 网络的无网格 DOA 估计结构图

Fig. 6 The diagram of gridless DOA estimation based on deep unfolding AP network

当 2 个信号的 DOA 为 -10.1° 和 0.3° 时,图 7(a)给出了通过深度展开 AP 网络得到的全局谱,其中 x 轴和 y 轴分别表示 γ 的实部和虚部,图 7(b)给出了通过深度展开 AP 网络得到的单位圆上空间谱,其中蓝色曲线表示空谱中单位圆对应的 DOA 和幅度,利用单位圆上空间谱的谷值可以估计出入射信号的 DOA。

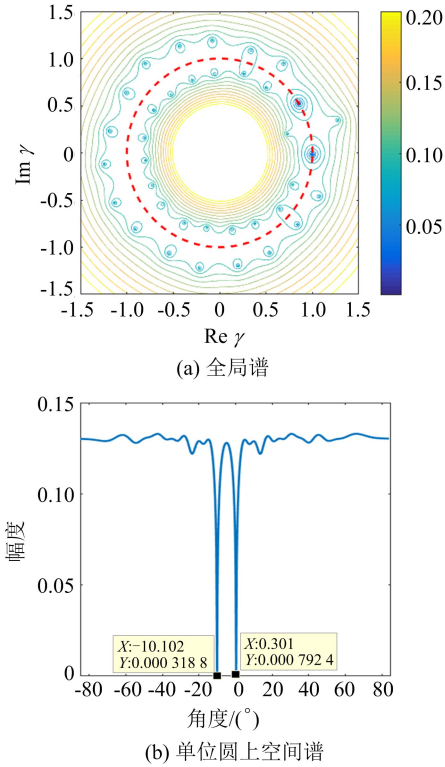


图 7 2 个信号的无网格 DOA 估计结果

Fig. 7 The result of gridless DOA estimation for two signals

由于深度展开 AP 网络分别将相应的稀疏重构算法的迭代步骤建模为神经网络的隐藏层,网络的参数具有一定的数学含义,在训练过程中,深度展开网络能够学到隐含在数据背后的规律,因此对于未经训练的数据,深度展开 ADMM 网络和深度展开 AP 网络也能对无网格角度进行估计。通过深度展开 AP 网络得到的无网格角度估计值如图 8(a)所示,无网格角度估计误差如 8(b)所示,由图可知,深度展开网络具有对无网格角

度在不同数值情况下的泛化能力。

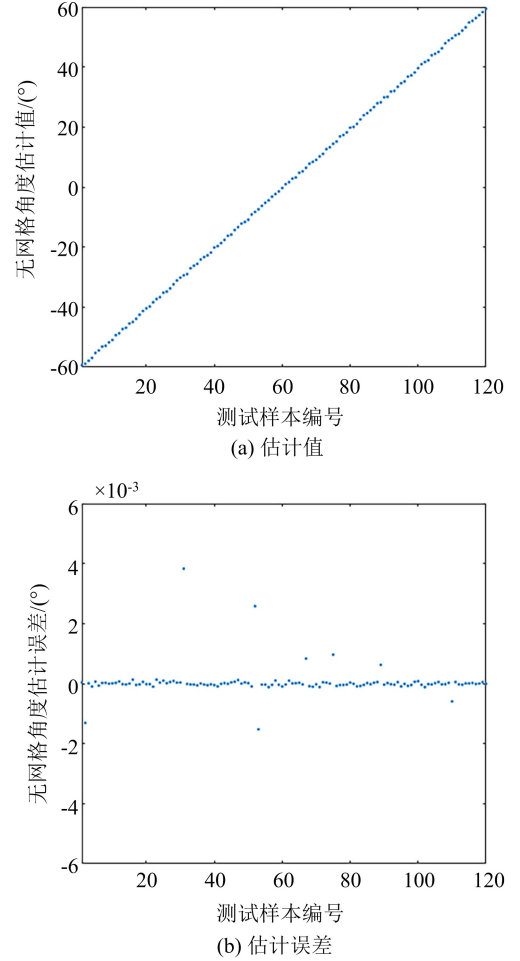


图 8 不同数值下的无网格角度估计结果

Fig. 8 The result of gridless DOA estimation under different values

2.4 基于深度展开 ISTA 网络的混合信号参数估计方法(应用Ⅲ)

上述离网格 DOA 估计方法和无网格 DOA 估计方法适用于空间中只存在远场信号的情况,按照空间中信号与阵列之间的距离,远场信号与阵列的距离 $> 2D^2/\lambda$,而近场信号与阵列的距离 $< 2D^2/\lambda$,其中, D 表示阵列的孔径, λ 表示信号的波长。如图 9 所示,当空间中同时存在远场信号和近场信号时,需要对远场信号的 DOA 进行估计,并且需要对近场信号的 DOA 和距离进行估计。

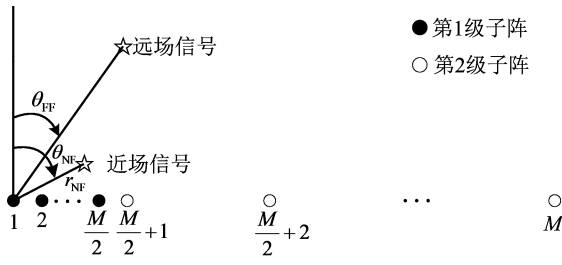


图 9 嵌套阵列下混合信号参数估计示意图

Fig. 9 Geometry of mixed signal parameter estimation via nested array

为了提高混合信号参数估计的收敛速度,作者团队构建了深度展开迭代收缩阈值算法(iterative shrinkage thresholding algorithm, ISTA)网络,实现了远场信号 DOA 估计以及近场信号 DOA 和距离参数估计^[94]。混合信号参数估计流程如图 10 所示,首先计算混合信号协方差矩阵,

通过协方差矩阵差分得到近场信号差分向量,并将其输入至近场信号深度展开 ISTA 网络得到近场信号空间谱,通过空间谱的谱峰对近场信号的 DOA 和距离进行估计。此外,通过对混合信号协方差矩阵进行特征值分解,得到混合信号特征值和信号子空间,通过子空间差分得到远场信号协方差向量,并将其输入至远场信号深度展开 ISTA 网络得到远场信号空间谱,通过空间谱的谱峰对远场信号的 DOA 进行估计。

当混合信号中 2 个近场信号的位置设置为 $(-12^\circ, 3.5\lambda)$ 和 $(10^\circ, 3\lambda)$, 2 个远场信号的 DOA 设置为 5° 和 10° , 图 11 给出了通过深度展开 ISTA 网络得到的混合信号空间谱,由图可知,通过谱峰对应的位置可以对近场信号和远场信号的参数进行估计。

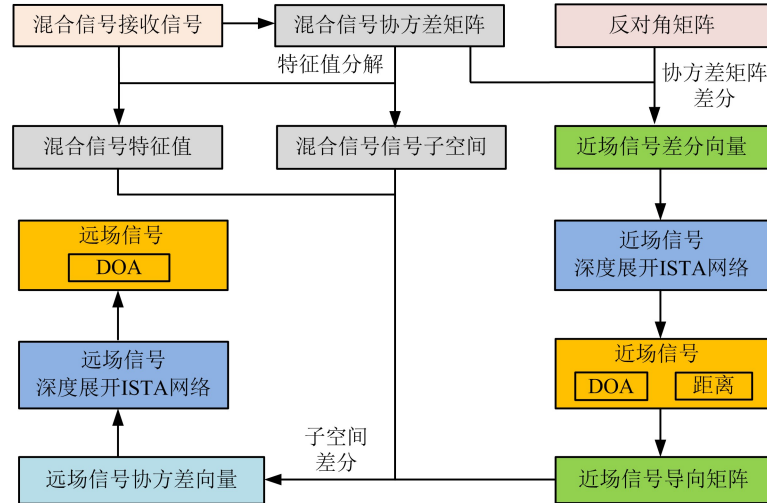


图 10 基于深度展开 ISTA 网络的混合信号参数估计流程图

Fig. 10 Flow chart of the mixed signal parameters based on deep unfolding ISTA network

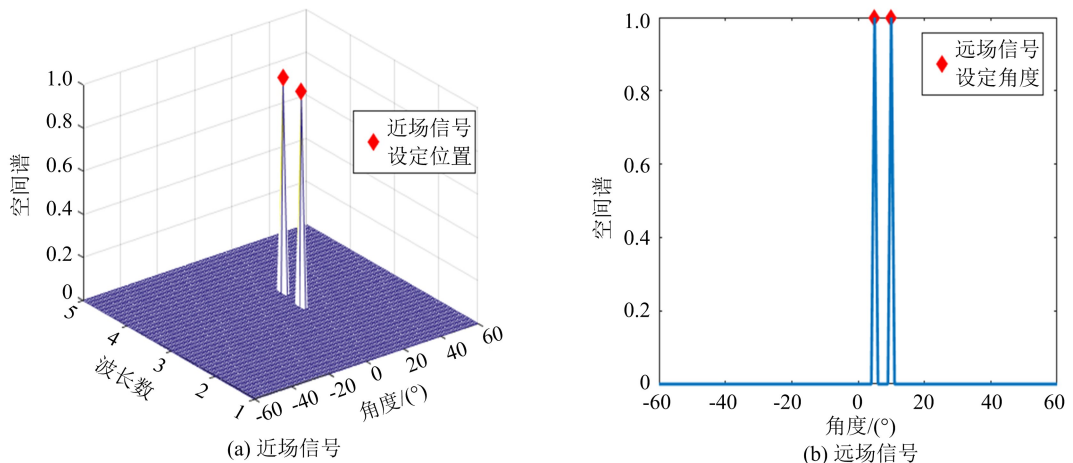


图 11 混合信号空间谱

Fig. 11 Spatial spectra of mixed signals

图 12(a)和(b)给出了近场信号和远场信号的归一化均方根误差(normalized mean squared error, NMSE),可以看出,随着网络层数/迭代次数增加,深度展开 ISTA 网络和模型驱动 ISTA 算法 NMSE 逐渐减小,在相同的网络层数或迭代次数下,深度展开 ISTA 网络比模型驱动 ISTA 算法收敛速度更快。

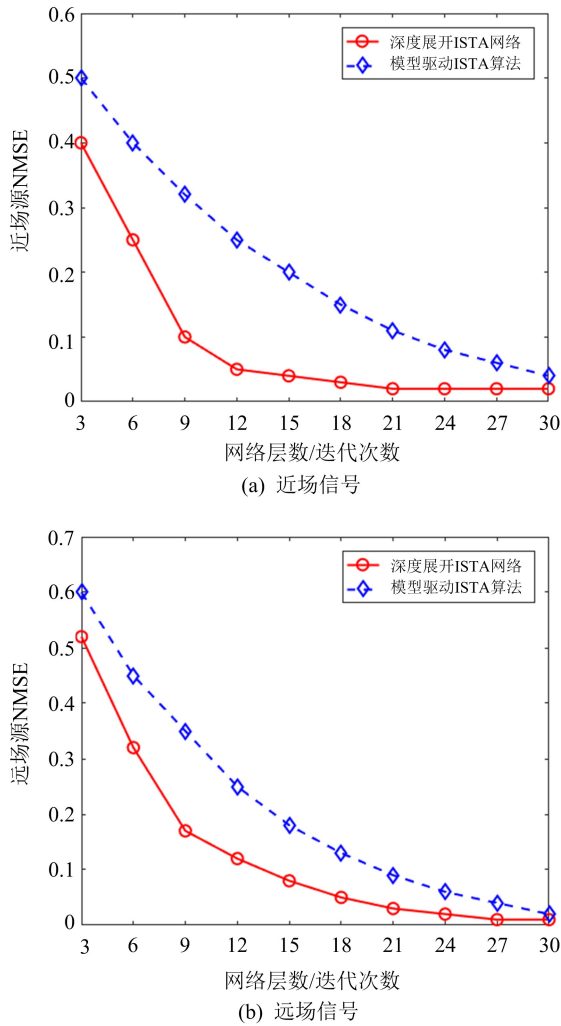


图 12 深度展开 ISTA 网络和模型驱动 ISTA 算法的 NMSE

Fig. 12 NMSE of deep unfolded ISTA network and model-based ISTA method

3 展望

本文围绕深度展开网络框架下的稀疏阵列 DOA 估计进行了初步探索,但前期研究更多侧重于在经典稀疏阵列 DOA 估计模型基础之上的算法应用和创新,在复杂信号模型下的 DOA 估计、深度展开网络性能分析与挖掘、分布式稀疏阵列回波信号融合处理等方面尚缺少深入细致的研究,具体表现为 3 个方面。

3.1 复杂信号模型下的 DOA 估计

3.1.1 宽带信号模型升级研究

相比于窄带信号,线性调频(linear frequency modulated, LFM)和正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)等宽带信号具有目标回波携带信息量大的特点,更有利于目标检测和特征提取,具有越来越广泛的应用。目前针对窄带信号建立的数学模型无法对宽带信号进行描述,进而无法实现宽带信号的参数估计。对宽带信号进行参数估计的重点是结合宽带信号和窄带信号之间的关系,根据 LFM 和 OFDM 信号的特点建立相应的数学模型。此外,在幅相误差、互耦误差和网格失配等非理想情况下,需要综合考虑误差对宽带信号模型的影响,对宽带信号模型进行升级。

3.1.2 非均匀超表面 DOA 估计研究

数字编码超表面作为电控可调超材料的二维平面形式,仅需要设计单个单元结构就能实现二维 DOA 估计。相比于相控阵需要多通道进行测向,数字编码超表面通过单个通道可以实现测向,极大地降低了硬件成本。目前,超表面的单元采用均匀排布,但是工作频率过高时,在半波长范围内安装的 2 个单元会出现严重互耦效应,导致参数估计性能急剧下降甚至失效。为了抑制阵元之间的互耦对 DOA 估计性能的影响,需要将单元设计成非均匀排布的形式,建立非均匀超表面的数学模型,利用相应的深度展开网络实现二维 DOA 估计。

3.2 深度展开网络性能分析与挖掘

3.2.1 网络的性能边界分析研究

克拉美罗下界(Cramér-Rao lower bound, CRLB)是衡量 DOA 估计性能的重要指标。为了在 DOA 估计精度和收敛速度等方面寻找突破,需要从深度学习的边界因素出发,探索新的解决方案。深度学习有数据边界、语义边界、符号边界和因果边界,在低信噪比和小快拍数情况下,分析制约 DOA 估计精度和收敛速度的薄弱环节,挖掘深度展开网络在不同情况下的 DOA 估计性能。基于深度展开网络的 DOA 估计需要结合特定的先验知识和数学模型才能达到理想的性能,针对线阵、面阵和圆阵等不同类型的阵列

结构,以及多径传播和阵列互耦等不同的场景,需要结合不同情况下的数据集,有针对性地对深度展开网络的结构进行调整和优化,并对深度展开网络的隐藏层数、激活函数和损失函数等方面进行分析和选择,从而有效提升深度展开网络在 DOA 估计精度、收敛速度和泛化能力等方面的性能。

3.2.2 网络参数动态调整研究

深度展开网络属于静态神经网络,静态神经网络的结构和参数是固定的,受到阵列位置误差和幅相误差等系统误差的影响,通过理想情况下的静态神经网络无法对实际情况下的阵列接收数据进行准确描述,进而会导致 DOA 估计性能下降甚至失效。目前大部分深度学习方法未对如何快速调整参数展开深入研究,然而,对于非理想情况下的 DOA 估计而言,网络参数的在线更新能力是至关重要的。因此,需要提出切实可行的解决方案,对基于深度展开网络的 DOA 估计框架进行更新,结合实际情况对网络参数进行动态调整。相比于静态神经网络,动态网络在处理不同情况下的测试样本时,能够动态地调节自身的结构和参数,从而提升 DOA 估计性能。网络参数动态调整的主要思路包括以下 2 方面:一方面采集在不同 DOA 对应的实测数据,利用实测数据对深度展开网络进行训练,建立实测数据和 DOA 之间的映射关系;另一方面,在通过仿真数据对深度展开网络进行训练的基础上,利用实测数据进行在线学习,从而对深度展开网络的参数进行动态调整,提高深度展开网络在误差情况下的适应能力。

3.3 分布式稀疏阵列回波信号融合处理

3.3.1 回波信号模型融合研究

分布式稀疏阵列利用不同回波之间的模型构建和数据融合,能够利用虚拟孔径和空间分集特性来抑制 RCS 闪烁引起的信号回波衰减,相关文献已开展了分布式 MIMO 雷达的定位和跟踪等问题研究,但大都是针对理想的噪声模型和均匀阵列结构,在特定条件下对降低运算复杂度或提高参数估计精度进行研究,并未考虑复杂环境变化和分布式稀疏阵列位置等因素的影响,在分布式稀疏阵列测向中,需要从系统层面对模型构建的融合性进行研究。

3.3.2 并行深度展开网络研究

对于分布式稀疏阵列回波信号的 DOA 估计,往往需要将各个稀疏阵列的回波信号进行融合处理^[95]。在并行深度展开网络的构建过程中,需要根据稀疏阵列的数量,建立相应数量的深度展开网络,根据各个稀疏阵列的相对位置分配不同的权重;在并行深度展开网络的训练过程中,需要对各个稀疏阵列对应的深度展开网络进行交互和连接,并对各个位置的稀疏阵列选择合适的激活函数和阈值。

4 结束语

DOA 估计是阵列信号处理领域的重要研究方向,然而日益复杂的信号环境对 DOA 估计的有效性和实时性提出了更高的要求。本文系统梳理了稀疏阵列 DOA 估计的研究进展,介绍了基于深度展开网络的 DOA 估计统一框架,并在此基础上阐述了基于深度展开 ADMM 网络的离网格 DOA 估计方法、基于深度展开 AP 网络的无网格 DOA 估计方法以及基于深度展开 ISTA 网络的混合信号参数估计方法,最后对复杂信号模型下的 DOA 估计、深度展开网络性能分析与挖掘、分布式稀疏阵列回波信号融合处理等后续的研究内容进行了展望,力图为进一步提高 DOA 估计的性能提供理论支撑。

参 考 文 献

- [1] DONG F, SHEN C, ZHANG K, et al. Real-Valued sparse DOA estimation for MIMO array system under unknown nonuniform noise[J]. IEEE Access, 2018, 6: 52218-52226.
- [2] 温敬朋,杨健,王沙飞. 电子战装备技术发展现状与展望[J]. 信息对抗技术, 2022, 1(1): 1-10.
WEN Jingpeng, YANG Jian, WANG Shafei. Development status and prospect of electronic warfare equipment technology[J]. Information Countermeasure Technology, 2022, 1(1): 1-10. (in Chinese)
- [3] SHI J, WEN F, LIU T. Nested MIMO radar: coarrays, tensor modeling, and angle estimation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(1): 573-585.
- [4] SHI J, YANG Z, LIU Y. On parameter identifiability of diversity-smoothing-based MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,

- 2022, 58(3): 1660-1675.
- [5] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
 - [6] DAI J, SO H C. Real-valued sparse Bayesian learning for DOA estimation with arbitrary linear arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 4977-4990.
 - [7] LIU Z, ZHANG C, YU P S. Direction-of-arrival estimation based on deep neural networks with robustness to array imperfections[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2018, 66(12): 7315-7327.
 - [8] WU L, LIU Z, HUANG Z. Deep convolution network for direction of arrival estimation with sparse prior[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(11): 1688-1692.
 - [9] LIU C, VAIDYANATHAN P P. Super nested arrays: linear sparse arrays with reduced mutual coupling—part II: high-order extensions [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(15): 3997-4012.
 - [10] HU N, SUN B, ZHANG Y, et al. Underdetermined DOA estimation method for wideband signals using joint non-negative sparse Bayesian learning[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(5): 535-539.
 - [11] JAGANNATH R, HARI K V S. Block sparse estimator for grid matching in single snapshot DOA estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(11): 1038-1041.
 - [12] WANG Q, YU H, LI J, et al. Sparse Bayesian learning using generalized double Pareto prior for DOA estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 1744-1748.
 - [13] YANG J, YANG Y. Sparse Bayesian DOA estimation using hierarchical synthesis lasso priors for off-grid signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 872-884.
 - [14] ZHAO L, LI X, WANG L, et al. Computationally efficient wide-band DOA estimation methods based on sparse Bayesian framework[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(12): 11108-11121.
 - [15] LIU Z, HUANG Z, ZHOU Y. An efficient maximum likelihood method for direction-of-arrival estimation via sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(10): 1-11.
 - [16] DAS A. Real-valued sparse Bayesian learning for off-grid direction-of-arrival (DOA) estimation in ocean acoustics[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2021, 46(1): 172-182.
 - [17] PAPAGEORGIOU G K, SELLATHURAI M. Fast direction-of-arrival estimation of multiple targets using deep learning and sparse arrays[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l. : s. n.], 2020: 4632-4636.
 - [18] VARANASI V, GUPTA H, HEGDE R M. A deep learning framework for robust DOA estimation using spherical harmonic decomposition [J]. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2020, 28: 1248-1259.
 - [19] 鲁滨峰,陶然. 基于深度神经网络的对抗样本生成算法及其应用研究综述[J]. 信息对抗技术, 2022, 1(1): 11-23.
LU Mingfeng, TAO Ran. Survey of adversarial examples algorithms and applications based on deep neural network[J]. Information Countermeasure Technology, 2022, 1(1): 11-23. (in Chinese)
 - [20] ZHANG Y, MU Y, LIU Y, et al. Deep learning-based beam space channel estimation in mm wave massive MIMO systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2020, 9(12): 2212-2215.
 - [21] LIU C, VAIDYANATHAN P P. Super nested arrays: sparse arrays with less mutual coupling than nested arrays [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l. : s. n.], 2016: 2976-2980.
 - [22] YANG Y, LI H, XU Z, et al. Deep ADMM-net for compressive sensing MRI [C]//Proceedings of Advanced Neural Information Processing Systems. [S. l. : s. n.], 2016: 10-18.
 - [23] MOFFET A. Minimum-redundancy linear arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1968, 16(2): 172-175.
 - [24] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167-4181.
 - [25] VAIDYANATHAN PP, PAL P. Sparse sensing with co-prime samplers and arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(2): 573-586.
 - [26] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(6): 1377-1390.
 - [27] IIZUKA Y, ICHIGE K. Extension of two-level nested

- array with larger aperture and more degrees of freedom [C]//Proceedings of 2016 International Symposium on Antennas and Propagation. [S. l. : s. n.], 2016: 442-443.
- [28] YANG M, SUN L, YUAN X, et al. Improved nested array with hole-free DOA and more degrees of freedom [J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(25): 2068-2070.
- [29] YANG M, HAIMOVICH A M, CHEN B, et al. A new array geometry for DOA estimation with enhanced degrees of freedom [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l. : s. n.], 2016: 3041-3045.
- [30] LIU C, VAIDYANATHAN P P. Super nested arrays: linear sparse arrays with reduced mutual coupling—part I: fundamentals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(15): 3997-4012.
- [31] LIU J, ZHANG Y, LU Y, et al. Augmented nested arrays with enhanced DOF and reduced mutual coupling [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(21): 5549-5563.
- [32] SHI J P, HU G P, ZHANG X F, et al. Generalized nested array: optimization for degrees of freedom and mutual coupling [J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(6): 1208-1211.
- [33] SHI J P, HU G P, ZHANG X F, et al. Sparsity-based two-dimensional DOA estimation for co-prime array: from sum-difference co-array viewpoint [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(21): 5591-5604.
- [34] SHI J P, WEN F Q, LIU Y X, et al. High-order extended coprime array design for direction of arrival estimation [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2021, 32(4): 748-755.
- [35] SHI J P, WEN F Q, LIU Y X. Enhanced and generalized coprime array for direction of arrival estimation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(2): 1327-1339.
- [36] SHI J P, WEN F Q, LIU Y X, et al. Generalized thinned coprime array for DOA estimation [C]//Proceedings of 2021 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l. : s. n.], 2021: 4600-4604.
- [37] 吴晓欢. 基于稀疏表示的波达方向估计理论与方法研究 [D]. 南京: 南京邮电大学, 2017.
- WU Xiaohuan. Sparse representation based theory and methods for direction-of-arrival estimation [D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2017. (in Chinese)
- [38] CHEN P, CAO Z, CHEN Z, et al. Off-grid DOA estimation using sparse Bayesian learning in MIMO radar with unknown mutual coupling [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(1): 208-220.
- [39] QI L, SO H C, GU Y. Off-grid DOA estimation with non-convex regularization via joint sparse representation [J]. *Signal Processing*, 2017, 140: 171-176.
- [40] ZHANG X, JIANG T, LI Y, et al. An off-grid DOA estimation method using proximal splitting and successive non-convex sparsity approximation [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 66764-66773.
- [41] DAS A. Theoretical and experimental comparison of off-grid sparse Bayesian direction-of-arrival estimation algorithms [J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 18075-18087.
- [42] YANG J, YANG Y. A correlation-aware sparse Bayesian perspective for DOA estimation with off-grid sources [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2019, 67(12): 7661-7666.
- [43] CHEN F, DAI J, HU N, et al. Sparse Bayesian learning for off-grid DOA estimation with nested arrays [J]. *Digital Signal Processing*, 2018, 82: 187-193.
- [44] YANG Z, ZHANG C, XIE L. Robustly stable signal recovery in compressed sensing with structured matrix perturbation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(9): 4658-4671.
- [45] ZHU H, LEUS G, GIANNAKIS G B. Sparsity-cognizant total least-squares for perturbed compressive sampling [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5): 2002-2016.
- [46] YANG Z, XIE L, ZHANG C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1): 38-43.
- [47] JAGANNATH R, HARI K V S. Block sparse estimator for grid matching in single snapshot DOA estimation [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(11): 1038-1041.
- [48] TAN Z, YANG P, NEHORAI A. Joint sparse recovery method for compressed sensing with structured dictionary mismatches [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(19): 4997-5008.
- [49] WU X, ZHU W, YAN J. Direction of arrival estimation for off-grid signals based on sparse Bayesian learning [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(7): 2004-2016.

- [50] DAS A. Real-valued sparse Bayesian learning for off-grid direction-of-arrival (DOA) estimation in ocean acoustics[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2021, 46(1): 172-182.
- [51] 杨旭东. 基于协方差迭代的 DOA 估计算法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2020.
YANG Xudong. Research on sparse iterative covariance-based algorithm for DOA estimation [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2020. (in Chinese)
- [52] WAGNER M, GERSTOFT P, PARK Y. Gridless DOA estimation via alternating projections[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l. : s. n.], 2019: 4215-4219.
- [53] CHANDRASEKARAN V, RECHT B, PARRILO P A, et al. The convex geometry of linear inverse problems[J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2012, 12(6): 805-849.
- [54] BHASKAR B N, RECHT B. Atomic norm denoising with applications to line spectral estimation[C]//Proceedings of the 49th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. [S. l. : s. n.], 2011: 261-268.
- [55] TANG G, BHASKAR B N, SHAH P, et al. Compressed sensing off the grid[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(11): 7465-7490.
- [56] TANG G, BHASKAR B N, RECHT B. Near minimax line spectral estimation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, 61(1): 499-512.
- [57] MISHRA K V, CHO M, KRUGER A, et al. Spectral super-resolution with prior knowledge[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(20): 5342-5357.
- [58] YANG Z, XIE L. Enhancing sparsity and resolution via reweighted atomic norm minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(4): 995-1006.
- [59] SEMPER S, RÖMER F. ADMM for ND line spectral estimation using grid-free compressive sensing from multiple measurements with applications to DOA estimation[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l. : s. n.], 2019: 4130-4134.
- [60] WU X, YAN J. Gridless mixed sources localization based on low-rank matrix reconstruction[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2020, 9(10): 1748-1752.
- [61] WAGNER M, PARK Y, GERSTOFT P. Gridless DOA estimation and root-music for non-uniform linear arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69: 2144-2157.
- [62] YANG Z, XIE L, ZHANG C. A discretization-free sparse and parametric approach for linear array signal processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(19): 4959-4973.
- [63] YANG Z, XIE L. On gridless sparse methods for line spectral estimation from complete and incomplete data[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(12): 3139-3153.
- [64] SHI J P, HU G P, ZHANG X F, et al. Sparsity-based DOA estimation of coherent and uncorrelated targets with flexible MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(6): 5835-5848.
- [65] GUO B, ZHEN J. Coherent signal direction finding with sensor array based on back propagation neural network[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 172709-172717.
- [66] MASSA A, MARCANTONIO D, CHEN X, et al. DNNs as applied to electromagnetics, antennas, and propagation—a review[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2019, 18(11): 2225-2229.
- [67] WU L, HUANG Z. Coherent SVR learning for wide-band direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(4): 642-646.
- [68] ZHAO Y, LIU Y, BOUDREAU G, et al. A two-step neural network based beamforming in MIMO without reference signal [C]//Proceedings of IEEE Global Communications Conference. [S. l. : s. n.], 2019: 1-6.
- [69] ZHAO Z, ZHAO H, ZHENG M, et al. Real-time phase-only nulling based on deep neural network with robustness [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 142287-142294.
- [70] CAO Y, LV T, LIN Z, et al. Complex ResNet aided DOA estimation for near-field MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(10): 11139-11151.
- [71] HU B, LIU M, YI F, et al. DOA robust estimation of echo signals based on deep learning networks with multiple type illuminators of opportunity[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 14809-14819.
- [72] HU D, ZHANG Y, HE L, et al. Low-complexity deep-learning-based DOA estimation for hybrid massive MIMO systems with uniform circular arrays[J].

- IEEE Wireless Communications Letters, 2020, 9(1): 83-86.
- [73] PAPAGEORGIOU G K, SELLATHURAI M. Fast direction-of-arrival estimation of multiple targets using deep learning and sparse arrays[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l.: s. n.], 2020: 4632-4636.
- [74] VARANASI V, GUPTA H, HEGDE R M. A deep learning framework for robust DOA estimation using spherical harmonic decomposition[J]. IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2020, 28: 1248-1259.
- [75] YU J, WANG Y. Deep learning-based multipath DOAs estimation method for mmWave massive MIMO systems in low SNR[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(6): 7480-7490.
- [76] BARTHELME A, UTSCHICK W. DOA estimation using neural network-based covariance matrix reconstruction[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 783-787.
- [77] CHEN D, SHI S, GU X, et al. Robust DOA estimation using denoising autoencoder and deep neural networks[J]. IEEE Access, 2022, 10: 52551-52564.
- [78] CONG J, WANG X, HUANG M, et al. Robust DOA estimation method for MIMO radar via deep neural networks[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(6): 7498-7507.
- [79] CHEN Y, WANG X, HUANG Z. Underdetermined DOA estimation via multiple time-delay covariance matrices and deep residual network[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2021, 32(6): 1354-1363.
- [80] WU X, YANG X, JIA X, et al. A gridless DOA estimation method based on convolutional neural network with Toeplitz prior[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2022, 29: 1247-1251.
- [81] MONGA V, LI Y, ELDAR Y C. Algorithm unrolling: interpretable, efficient deep learning for signal and image processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2021, 38(2): 18-44.
- [82] GREGOR K, LECUN Y. Learning fast approximations of sparse coding[C]//Proceedings of International Conference on Machine Learning. [S. l.: s. n.], 2010: 399-406.
- [83] LI Y, TOFIGHI M, MONGA V, et al. An algorithm unrolling approach to deep image deblurring[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. [S. l.: s. n.], 2019: 7675-7679.
- [84] BORGERDING M, SCHNITER P, RANGAN S. AMP-inspired deep networks for sparse linear inverse problems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(16): 4293-4308.
- [85] YANG Y, SUN J, LI H, et al. ADMM-CSNet: a deep learning approach for image compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2020, 42(3): 521-538.
- [86] ZHENG S, JAYASUMANA S, ROMERA-PAREDES B, et al. Conditional random fields as recurrent neural networks [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision. [S. l.: s. n.], 2015: 1529-1537.
- [87] HOSSEINI S A H, YAMAN B, MOELLER S, et al. Dense recurrent neural networks for accelerated MRI: history-cognizant unrolling of optimization algorithms[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2020, 14(6): 1280-1291.
- [88] LI R, ZHANG S, ZHANG C, et al. Deep learning approach for sparse aperture ISAR imaging and auto-focusing based on complex-valued ADMM-net [J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(3): 3437-3451.
- [89] LI R, ZHANG S, ZHANG C, et al. A computational efficient 2D block-sparse ISAR imaging method based on PCSBL-GAMP-net[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1-14.
- [90] SU X, LIU Z, SHI J, et al. Real-valued deep unfolded networks for off-grid DOA estimation via nested array [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(4): 4049-4062.
- [91] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [92] CANDES E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [93] SU X, HU P, LIU Z, et al. Deep alternating projection networks for gridless DOA estimation with nested array[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2022, 29: 1589-1593.
- [94] 苏晓龙, 户盼鹤, 刘天鹏, 等. 基于深度展开 ISTA 网络的混合源定位方法[J]. 信号处理, 2022, 38(10): 2082-2091.

SU Xiaolong, HU Panhe, LIU Tianpeng, et al. Mixed source localization based on deep unfolded ISTA network[J]. Journal of Signal Processing, 2022, 38 (10): 2082-2091. (in Chinese)

[95] 刘永祥,师俊朋,黎湘. 稀疏阵列 MIMO 雷达参数估计研究进展[J]. 中国科学: 信息科学, 2022, 52(8): 1560-1576.
LIU Yongxiang, SHI Junpeng, LI Xiang. Research progress on sparse array MIMO radar parameter estimation[J]. SCIENTIA SINICA Informationis, 2022, 52(8): 1560-1576. (in Chinese)

作者简介



刘 振
男,1983 年生,博士,教授,博士研究生导师,研究方向为雷达目标识别与对抗、阵列信号处理和机器学习
E-mail:zhen_liu@nudt.edu.cn



苏晓龙
男,1994 年生,博士,讲师,研究方向为阵列信号处理和深度学习
E-mail:suxiaolong_nudt@163.com



师俊朋
男,1988 年生,博士,副教授,研究方向为雷达信号处理、低仰角阵列测向
E-mail:shijunpeng20@nudt.edu.cn



户盼鹤
男,1991 年生,博士,副教授,研究方向为雷达系统设计、阵列信号处理和深度学习
E-mail:hupanhe13@nudt.edu.cn



刘天鹏
男,1985 年生,博士,副研究员,研究方向为雷达信号处理、电子对抗和交叉眼干扰
E-mail:everliutianpeng@sina.cn



黎 湘
男,1967 年生,博士,教授,博士研究生导师,中国科学院院士,研究方向为雷达目标识别
E-mail:lixiang01@vip.sina.com

责任编辑 安 蓓