

引用格式:周喆,刘维建,吴云韬,等. 训练样本不足时天线分置 MIMO 雷达贝叶斯自适应检测[J]. 信息对抗技术, 2025, 4(1):61-71.  
[ZHOU Zhe, LIU Weijian, WU Yuntao, et al. Bayesian adaptive detection for widely distributed MIMO radar with limited training data[J]. Information Countermeasure Technology, 2025, 4(1):61-71. (in Chinese)]

# 训练样本不足时天线分置 MIMO 雷达贝叶斯自适应检测

周喆<sup>1,2</sup>, 刘维建<sup>3\*</sup>, 吴云韬<sup>1,2</sup>, 郑岱堃<sup>3</sup>, 巩朋成<sup>1,2</sup>

(1. 武汉工程大学计算机科学与工程学院, 湖北武汉 430205; 2. 武汉工程大学智能机器人湖北省重点实验室, 湖北武汉 430205; 3. 空军预警学院, 湖北武汉 430019)

**摘要** 在未知杂波环境下,为实现良好的目标检测性能,通常需要大量独立同分布样本,以此精准估计未知杂波的协方差矩阵。但在实际工作场景中,对于配备多通道的雷达系统而言,获取足够数量的独立同分布训练样本颇具挑战。为了解决天线分置多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)雷达在训练数据不足时的目标检测难题,采用贝叶斯理论,将杂波协方差矩阵建模为逆威沙特分布,并采用广义似然比检测(generalized likelihood ratio test, GLRT)准则、Rao 准则和 Wald 准则设计得到了3种贝叶斯检测器。结果表明,所提出的检测器均能实现在训练样本不足时的目标检测,在3种贝叶斯检测器中,基于 GLRT 准则得到的检测器的检测性能最优。此外,还得出了影响检测性能的关键物理量。

**关键词** 目标检测;贝叶斯检测器;MIMO 雷达

中图分类号 TN 951

文章编号 2097-163X(2025)01-0061-11

文献标志码 A

DOI 10.12399/j.issn.2097-163x.2025.01.005

## Bayesian adaptive detection for widely distributed MIMO radar with limited training data

ZHOU Zhe<sup>1,2</sup>, LIU Weijian<sup>3\*</sup>, WU Yuntao<sup>1,2</sup>, ZHENG Daikun<sup>3</sup>, GONG Pengcheng<sup>1,2</sup>

(1. School of Computer Science and Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China;

2. Hubei Key Laboratory of Intelligent Robot, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430205, China;

3. Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

**Abstract** In an unknown clutter environment, in order to achieve satisfactory target detection performance, a large number of independent identically distributed (IID) samples are usually required to accurately estimate the covariance matrix of the unknown clutter. However, in actual working scenarios, it is quite challenging for radar systems equipped with multiple channels to obtain a sufficient number of IID training samples. In order to solve the problem of target detection in widely distributed multiple-input multiple-output (MIMO) radar with insufficient training data, Bayesian theory was adopted and clutter covariance matrix was modeled as an inverse Wishart distribution. Three Bayesian detectors were designed using the generalized likelihood ratio test (GLRT) criterion, Rao criterion, and Wald criterion. The results show that the proposed detectors can all achieve effective target

收稿日期:2023-08-11

修回日期:2023-10-26

通信作者:刘维建, E-mail: liuvjian@163.com

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62071482, 62471485, 62071172);湖北省重点研发计划项目(2022BAA052);湖北三峡实验室开放基金资助项目(SC215001);湖北省教育厅科学技术研究项目(B2022062)

detection with limited training samples, among which, the detector based on the GLRT criterion performs the best. In addition, the key physical quantities that affect the detection performance have also been given.

**Keywords** target detection; Bayesian detector; MIMO radar

## 0 引言

随着硬件技术和信号处理理论的发展,雷达体制也不断拓展,其典型代表就是多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)<sup>[1]</sup>雷达。MIMO 雷达通过利用多个天线发射线性不相关甚至正交的波形,并通过多个滤波器对接收信号进行分离,从而提供波形分集,提升了系统自由度。MIMO 雷达有 2 种基本分类,天线分置 MIMO 雷达<sup>[2]</sup>和天线共置 MIMO 雷达<sup>[3]</sup>。天线分置 MIMO 雷达的天线相隔很远,从不同角度观测目标,降低了目标闪烁带来的不利影响;天线共置 MIMO 雷达的天线与相控阵雷达相似,天线之间均相隔较近,但由于具有波形分集特性,可提供更好的角度分辨、目标检测等能力。为叙述方便,若不加特殊说明,后文提到的 MIMO 雷达均指天线分置 MIMO 雷达。

不论雷达体制如何发展,目标检测始终是雷达最基本的功能之一<sup>[4-7]</sup>。针对 MIMO 雷达的目标检测问题,文献[8]指出,在高斯白噪声背景下最优检测器具有非相干积累的形式,并且其检测性能要优于采用相干处理的相控阵雷达目标检测器。文献[9]研究了每个发射-接收天线对均具有相同训练样本数下的检测问题,并提出了广义似然比检测(generalized likelihood ratio test, GLRT),结果表明,杂波环境下,MIMO 雷达较相控阵雷达具有更好的检测性能。文献[10-11]使用相对熵来研究莱斯目标的最优检测器的检测性能。研究发现,在低信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)区域,MIMO 雷达对于检测莱斯目标的性能改善取决于阵列增益,该增益与接收机数量有关;在高 SNR 区域,性能改善取决于分集增益,该增益与接收机数量和发射机数量的乘积有关。文献[12]研究了发射天线与接收天线存在同步误差时的 MIMO 雷达目标检测,并将该误差建模为冯·米塞斯分布(Von Mises distribution),利用期望最大(expectation-maximization, EM)法对误差进行估计补偿,并提出了相应的 GLRT 检

测器,提升了检测性能。文献[13]研究了 MIMO 雷达对运动目标的检测问题,基于两步 GLRT (2S-GLRT)准则,提出了有效的检测器,验证了 MIMO 雷达相比相控阵雷达,在检测慢速目标方面的优势。文献[14]研究了目标距离等信息未知时的 MIMO 雷达目标检测性能,结果表明,对于点目标检测,MIMO 雷达具有与相控阵雷达相当的检测性能,但针对扩展目标的检测问题,MIMO 雷达具有更好的检测性能。文献[15]研究了非均匀环境中的 MIMO 雷达目标检测问题,将杂波建模为自回归(auto-regressive, AR)模型,并提出了相应的参数化 GLRT 检测器。文献[16]将杂波约束在多普勒频率较低的通道,通过参数估计对杂波子空间进行估计,然后再将其抑制,最终得到了适用于 MIMO 雷达的 GLRT 检测器。

值得指出的是,随着脉冲多普勒技术、相控阵技术的成熟,以及硬件制造工艺的进步,雷达的通道数不断增加,这为雷达潜在性能提升提供了更大空间。然而,系统通道数增加使得雷达对训练样本数量的需求也相应提高。这对天线分置 MIMO 雷达来说是一项严苛的要求,这是由于天线分置 MIMO 雷达从不同角度探测目标,环境的非均匀特性更容易遇到训练样本不足的情况。针对训练样本不足时的目标检测,目前有多种方法被提出,例如对角加载法<sup>[17-19]</sup>、降维法<sup>[20-22]</sup>、降秩法<sup>[23-24]</sup>、基于信号结构或者杂波协方差矩阵结构法<sup>[25-26]</sup>等。近年来,贝叶斯理论<sup>[27-28]</sup>被成功引入到 MIMO 雷达的目标检测中,根据贝叶斯理论,噪声协方差矩阵遵循特定的统计分布,其参数可以通过雷达历史数据或雷达天线结构获得<sup>[29-30]</sup>。

文献[31]研究了发射非正交波形的天线分置 MIMO 雷达的目标检测问题,将杂波协方差矩阵建模为逆威沙特分布,并基于 2S-GLRT 提出了有效的贝叶斯 MIMO 雷达检测器。文献[32]研究了复合高斯噪声中天线共置 MIMO 雷达的贝叶斯检测问题,提出了基于贝叶斯理论的 Rao 检测器。文献[33]研究了天线共置 MIMO 雷达

在无训练样本时的检测问题,通过将杂波协方差矩阵建模为逆威沙特分布,提出了有效的贝叶斯检测器。文献[34]研究了复合高斯杂波下的 MIMO 雷达目标检测问题,通过将复合高斯杂波中的散斑分量建模为逆威沙特分布,并基于 2S-GLRT 准则,提出了有效的贝叶斯检测器。文献[6]研究了复合高斯杂波中的 MIMO 雷达目标检测问题,将复合高斯的纹理分离建模为确定、未知变量,将散斑分量建模为服从逆威沙特分布的随机变量,但该随机分量的标量矩阵被当作未知量,在无训练样本的前提下,提出了一种有效的贝叶斯 GLRT 检测器。文献[35]研究了频率分集阵(frequency diverse array, FDA)天线共置 MIMO 雷达在无训练样本时的检测问题,基于贝叶斯准则,设计得到了有效的检测器。

上述文献中要么假定训练样本充足,要么假定不存在训练样本。然而,实际环境中更常见的情形是存在训练样本,但训练样本不足的情形<sup>[36-37]</sup>。为此,本文研究训练样本不足时的检测问题,并基于贝叶斯理论,设计有效的检测器。需要指出的是,除了 GLRT 准则,另 2 种常用的检测器设计准则为 Rao 准则和 Wald 准则<sup>[38-39]</sup>,因此本文基于上述 3 种准则,提出了适用于训练样本不足时天线分置 MIMO 雷达的贝叶斯检测器。结果表明,3 种贝叶斯检测器均能工作在训练样本不足时的环境,即使训练样本充足,其检测概率(probability of detection, PD)也高于现有检测器。在 3 种贝叶斯检测器中,基于 GLRT 准则提出的检测器的检测性能最优。

## 1 检测模型

假设天线分置 MIMO 雷达包含  $M$  个发射天线、 $N$  个接收天线,每个发射天线在一个相干处理间隔(coherent processing interval, CPI)内发射  $K$  个相干脉冲,且不同天线发射的波形均正交,则经过匹配滤波后天线分置 MIMO 雷达运动目标检测问题可表示为:

$$\begin{cases} H_0: \mathbf{x}_{mn} = \mathbf{n}_{mn}, \\ m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N \\ H_1: \mathbf{x}_{mn} = \kappa_{mn} \mathbf{s}_{mn} + \mathbf{n}_{mn}, \\ m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x}_{mn}$  为第  $m$  个发射天线发射且被第  $n$  个接收天线接收到的  $K$  个脉冲回波数据;  $\mathbf{n}_{mn}$  为相应

的杂波加噪声分量,为叙述方便,后续统称为噪声分量,即广义意义下的噪声;  $\kappa_{mn}$  为目标的幅度;  $\mathbf{s}_{mn}$  为目标相应的多普勒导向矢量,其表达式为:

$$\mathbf{s}_{mn} = [1, e^{-j2\pi f_{mn} T_r}, \dots, e^{-j2\pi(K-1)f_{mn} T_r}]^T \quad (2)$$

式中,  $T_r$  为脉冲重复频率(pulse repetition frequency, PRF),  $f_{mn}$  为目标的多普勒频率,符号  $(\cdot)^T$  表示转置。考虑二维坐标,则  $f_{mn}$  的表达式<sup>[13]</sup>为:

$$f_{mn} = (\cos \theta_m^i + \cos \theta_n^r) \frac{f_0 v_x}{c} + (\sin \theta_m^i + \sin \theta_n^r) \frac{f_0 v_y}{c} \quad (3)$$

式中,  $\theta_m^i$  和  $\theta_n^r$  分别为目标相对第  $m$  个发射天线和第  $n$  个接收天线的角度,  $v_x$  和  $v_y$  分别为目标在二维平面的速度值,  $f_0$  为发射信号载频,  $c$  为光速。

对于式(1)中的检测问题,在实际环境中往往包含比目标功率要高得多的未知强杂波。令  $\mathbf{n}_{mn}$  的杂波加噪声协方差矩阵为  $\mathbf{R}_{mn}$ ,为了对  $\mathbf{R}_{mn}$  进行估计,以减弱甚至消除强杂波的影响,假设对于待检测数据  $\mathbf{x}_{mn}$ ,存在  $L_{mn}$  个不包含信号分量的训练样本,记第  $l_{mn}$  个训练样本为  $\mathbf{y}_{l_{mn}}$  ( $l_{mn} = 1, 2, \dots, L_{mn}$ ),且假设  $\mathbf{y}_{l_{mn}}$  与待检测数据  $\mathbf{x}_{mn}$  具有相同的协方差矩阵  $\mathbf{R}_{mn}$ 。

基于上述分析,式(1)表示的检测问题可修正为:

$$\begin{cases} H_0: \mathbf{x}_{mn} = \mathbf{n}_{mn}, \mathbf{y}_{l_{mn}} = \mathbf{w}_{l_{mn}}, \\ m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ l_{mn} = 1, 2, \dots, L_{mn} \\ H_1: \mathbf{x}_{mn} = \kappa_{mn} \mathbf{s}_{mn} + \mathbf{n}_{mn}, \mathbf{y}_{l_{mn}} = \mathbf{w}_{l_{mn}}, \\ m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, \\ l_{mn} = 1, 2, \dots, L_{mn} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{w}_{l_{mn}}$  为训练样本  $\mathbf{y}_{l_{mn}}$  中的杂波加噪声分量之和。

根据上述数据的统计模型,可以得到待检测数据和训练样本的联合概率密度函数(probability density function, PDF)为:

$$\begin{aligned} & \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \prod_{l_{mn}=1}^{L_{mn}} f_1(\mathbf{x}_{mn} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{y}_{l_{mn}} | \mathbf{R}_{mn}) \\ &= \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \exp[-\mathbf{A}^H \mathbf{R}_{mn}^{-1} \mathbf{A} - \text{tr}(\mathbf{S}_{mn} \mathbf{R}_{mn}^{-1})] \\ & \quad / (\pi^{K(L_{mn}+1)} | \mathbf{R}_{mn} |^{L_{mn}+1}) \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $f_1(\mathbf{x}_{mn} | \mathbf{R}_{mn})$  表示待检测数据  $\mathbf{x}_{mn}$  在假设检验  $H_1$  下  $\mathbf{R}_{mn}$  给定时的条件概率密度函数,  $\mathbf{A} = \mathbf{x}_{mn} - \kappa_{mn} \mathbf{s}_{mn}$ ,  $\mathbf{S}_{mn} = \sum_{l_{mn}=1}^{L_{mn}} \mathbf{y}_{l_{mn}} \mathbf{y}_{l_{mn}}^H$  为第  $m$  个发射天线-第  $n$  个接收天线对应的采样协方差矩阵 (sample covariance matrix, SCM), 符号  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵迹,  $|\cdot|$  表示矩阵行列式。

值得指出的是, 式(5)中所有  $\mathbf{R}_{mn}$  的最大似然估计 (maximum likelihood estimate, MLE) 均存在的前提是  $\min\{L_{mn}\}_{m,n=1}^{M,N} \geq K$ , 这一条件较为苛刻。而且, 根据 Reed-Mallett-Brennan (RMB) 准则<sup>[40]</sup>, 若要把性能损失控制在 3 dB 以内, 则所需训练样本至少为系统自由度的 2 倍, 即对于任意  $m$  和  $n$ , 均需要满足  $L_{mn} \geq 2K$ , 这一要求在实际中更难以满足。

为了解决训练样本不足时的检测难题 (即  $L_{mn} < K$ ), 本文基于贝叶斯思想, 设计适用于训练样本不足时的天线分置 MIMO 雷达自适应检测

器。具体地, 假设  $\mathbf{R}_{mn}$  服从自由度 (degree of freedom, DOF) 为  $\mu_{mn}$ 、标量矩阵为  $\mu_{mn} \mathbf{\Sigma}_{mn}$  的逆威沙特分布<sup>[35, 41-44]</sup>, 记作:

$$\mathbf{R}_{mn} \sim W_K^{-1}(\mu_{mn}, \mu_{mn} \mathbf{\Sigma}_{mn}) \quad (6)$$

根据逆威沙特分布的特性<sup>[41]</sup>可知:

$$E[\mathbf{R}_{mn}] = [\mu_{mn} / (\mu_{mn} - K)] \mathbf{\Sigma}_{mn},$$

$$E[\|\mathbf{R}_{mn} - \mathbf{\Sigma}_{mn}\|^2] \approx \text{tr}^2(\mathbf{\Sigma}_{mn}) / \mu_{mn} \quad (7)$$

式中, 符号  $E[\cdot]$  表示统计期望。从式(7)可以看出, 若自由度  $\mu_{mn}$  越大, 则  $\mathbf{R}_{mn}$  服从逆威沙特分布这一先验信息可信度越高。

## 2 贝叶斯检测器设计

本节根据检测器设计常用的 3 个准则提出适用于训练样本不足时的天线分置 MIMO 雷达自适应检测器, 3 个准则分别为: GLRT 准则、Rao 准则和 Wald 准则。

### 2.1 贝叶斯 GLRT 检测器

基于贝叶斯理论的 GLRT 准则可表示为:

$$t_{\text{B-GLRT}} = \frac{\max_{\kappa_{mn}, \mathbf{R}_{mn}} \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \prod_{l_{mn}=1}^{L_{mn}} \int f_1(\mathbf{x}_{mn} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{y}_{l_{mn}} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{R}_{mn}) d\mathbf{R}_{mn}}{\max_{\kappa_{mn}, \mathbf{R}_{mn}} \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \prod_{l_{mn}=1}^{L_{mn}} \int f_0(\mathbf{x}_{mn} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{y}_{l_{mn}} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{R}_{mn}) d\mathbf{R}_{mn}} \quad (8)$$

式中,  $f(\mathbf{R}_{mn})$  为  $\mathbf{R}_{mn}$  的 PDF, 其表达式<sup>[45]</sup>为:

$$f(\mathbf{R}_{mn}) = \frac{|\mathbf{\Sigma}_{mn}|^{\mu_{mn}}}{c |\mathbf{R}_{mn}|^{\mu_{mn}+N}} \text{etr}(-\mu_{mn} \mathbf{\Sigma}_{mn} \mathbf{R}_{mn}^{-1}) \quad (9)$$

式中,  $c = \pi^{K(K-1)/2} \prod_{i=1}^K \Gamma(\mu_{mn} - K + i)$  为常数,  $\text{etr}$  表示  $e^{\text{tr}(\cdot)}$ 。

根据式(5)和式(9), 可得到:

$$\begin{aligned} & \prod_{l_{mn}=1}^{L_{mn}} f_1(\mathbf{x}_{mn} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{y}_{l_{mn}} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{R}_{mn}) \\ &= c (|\mathbf{R}_{mn}|^{\mu_{mn}+K+L_{mn}+1})^{-1} |\mathbf{\Sigma}_{mn}|^{\mu_{mn}} \\ & \quad \cdot \text{etr}[-\mathbf{R}_{mn}^{-1} (\mathbf{x}_{mn,1} \mathbf{x}_{mn,1}^H + \mathbf{S}_{mn} + \mu_{mn} \mathbf{\Sigma}_{mn})] \end{aligned} \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{x}_{mn,1} = \mathbf{x}_{mn} - \kappa_{mn} \mathbf{s}_{mn}$ ,  $\text{etr}$  表示  $e^{\text{tr}(\cdot)}$ 。

对式(10)求关于  $\mathbf{R}_{mn}$  的积分, 得:

$$\begin{aligned} & \int \prod_{l_{mn}=1}^{L_{mn}} f_1(\mathbf{x}_{mn} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{y}_{l_{mn}} | \mathbf{R}_{mn}) f(\mathbf{R}_{mn}) d\mathbf{R}_{mn} \\ &= c \frac{\lambda^{-K} |\mathbf{\Sigma}|^{\mu_{mn}}}{|\mathbf{x}_{mn,1} \mathbf{x}_{mn,1}^H + \mathbf{S}_{mn} + \mu_{mn} \mathbf{\Sigma}_{mn}|^{\mu_{mn}+L_{mn}+1}} \end{aligned} \quad (11)$$

根据式(11), 可将式(8)重写为:

$$t_{\text{B-GLRT}} = \frac{\prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N g_{mn,0}}{\prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \min_{\kappa_{mn}} g_{mn,1}(\kappa_{mn})} \quad (12)$$

其中,

$$g_{mn,0} = |\mathbf{x}_{mn} \mathbf{x}_{mn}^H + \mathbf{\Phi}_{mn}|^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \quad (13)$$

$$g_{mn,1}(\kappa_{mn}) = |\mathbf{x}_{mn,1} \mathbf{x}_{mn,1}^H + \mathbf{\Phi}_{mn}|^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \quad (14)$$

$$\mathbf{\Phi}_{mn} = \mathbf{S}_{mn} + \mu_{mn} \mathbf{\Sigma}_{mn} \quad (15)$$

令  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{c}$  和  $\mathbf{d}$  为维数适合的矩阵或向量, 则有等式<sup>[46]</sup>:

$$|\mathbf{c} \mathbf{d}^H + \mathbf{E}| = |\mathbf{E}| (1 + \mathbf{d}^H \mathbf{E}^{-1} \mathbf{c}) \quad (16)$$

据此, 可将式(13)和(14)分别表示为:

$$g_{mn,0} = |\mathbf{\Phi}_{mn}|^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} (1 + \mathbf{x}_{mn}^H \mathbf{\Phi}_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn})^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \quad (17)$$

$$g_{mn,1}(\kappa_{mn}) = |\mathbf{\Phi}_{mn}|^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \cdot (1 + \mathbf{x}_{mn,1}^H \mathbf{\Phi}_{mn,1}^{-1} \mathbf{x}_{mn,1})^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \quad (18)$$

求式(18)关于  $\kappa_{mn}$  的导数, 得:

$$\frac{dg_{mn,1}(\kappa_{mn})}{d\kappa_{mn}} = |\Phi_{mn}|^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \cdot [1 + (\mathbf{x}_{mn} - \kappa_{mn}\mathbf{s}_{mn})^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn}]^{-(\mu_{mn}+L_{mn}+1)} \quad (19)$$

令式(19)等于 0, 则得到  $\kappa_{mn}$  的估计为:

$$\hat{\kappa}_{mn} = \frac{\mathbf{s}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}}{\mathbf{s}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn}} \quad (20)$$

将式(20)代入式(18), 得:

$$g_{mn,1}(\hat{\kappa}_{mn}) = |\Phi_{mn}|^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \left( 1 + \mathbf{x}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn} - \frac{|\mathbf{s}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}|^2}{\mathbf{s}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn}} \right)^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} \quad (21)$$

为了表示简洁, 在接下来的讨论中, 令:  $\mathbf{u}_{mn}^x = \mathbf{x}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}$ ,  $\mathbf{u}_{mn}^{sx} = \mathbf{s}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}$ ,  $\mathbf{u}_{mn}^s = \mathbf{s}_{mn}^H \Phi_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn}$ 。

将式(17)和(21)代入式(12)得最终的针对天线分置 MIMO 雷达的贝叶斯 GLRT (Bayesian GLRT for widely distributed MIMO radar, B-GLRT-WDM):

$$t_{\text{B-GLRT-WDM}} = \frac{\prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N (1 + \mathbf{u}_{mn}^x)^{\mu_{mn}+L_{mn}+1}}{\prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \left( 1 + \mathbf{u}_{mn}^x - \frac{|\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2}{\mathbf{u}_{mn}^s} \right)^{\mu_{mn}+L_{mn}+1}} = \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \left( \frac{1 + \mathbf{u}_{mn}^x}{1 + \mathbf{u}_{mn}^x - \frac{|\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2}{\mathbf{u}_{mn}^s}} \right)^{\mu_{mn}+L_{mn}+1} = \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \left( 1 - \frac{|\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2}{\mathbf{u}_{mn}^s (1 + \mathbf{u}_{mn}^x)} \right)^{-(\mu_{mn}+L_{mn}+1)} \quad (22)$$

值得指出的是, 当式(6)中逆威沙特分布的自由度及所有训练样本数均相同时, 即  $\mu_{11} = \mu_{12} = \dots = \mu_{MN} \triangleq \mu$ ,  $L_{11} = L_{12} = \dots = L_{MN} \triangleq L$ , 取式(22)的  $(\mu + L + 1)$  次根, 得到简化后的 B-GLRT-WDM 检测器为:

$$t_{\text{B-GLRT-WDM}} = \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \left( \frac{1 + \mathbf{u}_{mn}^x}{1 + \mathbf{u}_{mn}^x - \frac{|\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2}{\mathbf{u}_{mn}^s}} \right) \quad (23)$$

## 2.2 贝叶斯 Rao 检测器

为了得到 Rao 检测器, 先定义参数  $\Theta$ :

$$\Theta = [\Theta_r^T, \Theta_s^T]^T \quad (24)$$

式中,  $\Theta_r = [\kappa_{11}, \kappa_{12}, \dots, \kappa_{MN}]^T \in \mathbf{C}^{NM \times 1}$ ,  $\Theta_s = [\text{vec}(\mathbf{R}_{11})^T, \text{vec}(\mathbf{R}_{12})^T, \dots, \text{vec}(\mathbf{R}_{MN})^T]^T \in \mathbf{C}^{NMK^2 \times 1}$ , 符号  $\text{vec}(\cdot)$  表示向量化操作(严格地说, 本文给出的 Rao 和 Wald 检测器并非标准的

Rao 和 Wald 检测器, 这是因为协方差矩阵服从给定的先验分布, 而真正未知确定量只有目标幅度)。

关于  $\Theta$  的费舍尔信息矩阵(Fisher information matrix, FIM)<sup>[38]</sup> 被定义为:

$$\mathbf{F}(\Theta) = E \left\{ \frac{\partial \ln f_1(\mathbf{X})}{\partial \Theta^*} \frac{\partial \ln f_1(\mathbf{X})}{\partial \Theta^T} \right\} \quad (25)$$

为了得到 Rao 准则, FIM 矩阵常被分为:

$$\mathbf{F}(\Theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\Theta_r, \Theta_r}(\Theta) & \mathbf{F}_{\Theta_r, \Theta_s}(\Theta) \\ \mathbf{F}_{\Theta_s, \Theta_r}(\Theta) & \mathbf{F}_{\Theta_s, \Theta_s}(\Theta) \end{bmatrix} \quad (26)$$

相应的 Rao 检测器<sup>[38, 47]</sup> 为:

$$t_{\text{Rao}} = \frac{\partial \ln f_1(\mathbf{x})}{\partial \Theta_r} \bigg|_{\Theta = \hat{\Theta}_0}^T [\mathbf{F}^{-1}(\hat{\Theta}_0)]_{\Theta_r, \Theta_r} \cdot \frac{\partial \ln f_1(\mathbf{x})}{\partial \Theta_r^*} \bigg|_{\Theta = \hat{\Theta}_0} \quad (27)$$

式中,  $f_1(\mathbf{x})$  表示  $\mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12}, \dots, \mathbf{x}_{MN}$  在假设检验  $H_1$  下的 PDF,  $[\mathbf{F}^{-1}(\hat{\Theta}_0)]_{\Theta_r, \Theta_r}$  为:

$$[\mathbf{F}^{-1}(\Theta)]_{\Theta_r, \Theta_r} = [\mathbf{F}_{\Theta_r, \Theta_r}(\Theta) - \mathbf{F}_{\Theta_r, \Theta_s}(\Theta) \mathbf{F}_{\Theta_s, \Theta_s}^{-1}(\Theta) \mathbf{F}_{\Theta_s, \Theta_r}(\Theta)]^{-1} \quad (28)$$

在  $\hat{\Theta}_0$  下的值, 而  $\hat{\Theta}_0$  表示  $\Theta$  在假设检验  $H_0$  下的估计。

根据式(5)可得到:

$$\frac{\partial \ln f_1(\mathbf{x})}{\partial \Theta_r} = \begin{bmatrix} (\mathbf{x}_{11} - \kappa_{11} \mathbf{s}_{11})^H \mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{s}_{11} \\ (\mathbf{x}_{12} - \kappa_{12} \mathbf{s}_{12})^H \mathbf{R}_{12}^{-1} \mathbf{s}_{12} \\ \vdots \\ (\mathbf{x}_{MN} - \kappa_{MN} \mathbf{s}_{MN})^H \mathbf{R}_{MN}^{-1} \mathbf{s}_{MN} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \ln f_1(\mathbf{x})}{\partial \Theta_r^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11}^H \mathbf{R}_{11}^{-1} (\mathbf{x}_{11} - \kappa_{11} \mathbf{s}_{11}) \\ \mathbf{s}_{12}^H \mathbf{R}_{12}^{-1} (\mathbf{x}_{12} - \kappa_{12} \mathbf{s}_{12}) \\ \vdots \\ \mathbf{s}_{MN}^H \mathbf{R}_{MN}^{-1} (\mathbf{x}_{MN} - \kappa_{MN} \mathbf{s}_{MN}) \end{bmatrix} \quad (30)$$

将式(29)和(30)代入式(25), 得:

$$\mathbf{F}_{\Theta_r, \Theta_r}(\Theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11}^H \mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{0}_K & \cdots & \mathbf{0}_K \\ \mathbf{0}_K & \mathbf{s}_{12}^H \mathbf{R}_{12}^{-1} \mathbf{s}_{12} & \cdots & \mathbf{0}_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_K & \mathbf{0}_K & \cdots & \mathbf{s}_{MN}^H \mathbf{R}_{MN}^{-1} \mathbf{s}_{MN} \end{bmatrix} \quad (31)$$

此外, 容易验证  $\mathbf{F}_{\Theta_r, \Theta_s}(\Theta)$  为 0 矩阵。因此, 可得到:

$$[\mathbf{F}^{-1}(\boldsymbol{\Theta})]_{\boldsymbol{\Theta}_r, \boldsymbol{\Theta}_r} = \begin{bmatrix} (\mathbf{s}_{11}^H \mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{s}_{11})^{-1} & \mathbf{0}_K & \cdots & \mathbf{0}_K \\ \mathbf{0}_K & (\mathbf{s}_{12}^H \mathbf{R}_{12}^{-1} \mathbf{s}_{12})^{-1} & \cdots & \mathbf{0}_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_K & \mathbf{0}_K & \cdots & (\mathbf{s}_{MN}^H \mathbf{R}_{MN}^{-1} \mathbf{s}_{MN})^{-1} \end{bmatrix} \quad (32)$$

将式(29)、(30)和(32)代入式(27),得到  $\mathbf{R}_{mn}$  已知时的 Rao 检测器:

$$t_{\text{Rao}, \mathbf{R}_{mn}} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{|\mathbf{s}_{mn}^H \mathbf{R}_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}|^2}{\mathbf{s}_{mn}^H \mathbf{R}_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn}} \quad (33)$$

为了得到最终的贝叶斯 Rao 检测器,需要给出假设检验  $H_0$  下  $\mathbf{R}_{mn}$  的贝叶斯估计。令式(10)关于  $\mathbf{R}_{mn}$  的导数等于 0,得到假设检验  $H_0$  下  $\mathbf{R}_{mn}$  的最大后验(maximum a posteriori, MAP)估计:

$$\hat{\mathbf{R}}_{mn,0} = \frac{1}{c_{mn}} (\mathbf{x}_{mn} \mathbf{x}_{mn}^H + \boldsymbol{\Phi}_{mn}) \quad (34)$$

式中,  $c_{mn} = \mu_{mn} + K + L_{mn} + 1$ 。

对式(34)求逆,得:

$$\hat{\mathbf{R}}_{mn,0}^{-1} = c_{mn}^{-1} \left( \boldsymbol{\Phi}_{mn}^{-1} - \frac{\boldsymbol{\Phi}_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn} \mathbf{x}_{mn}^H \boldsymbol{\Phi}_{mn}^{-1}}{1 + \mathbf{x}_{mn}^H \boldsymbol{\Phi}_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}} \right) \quad (35)$$

容易验证下述 2 个式子成立:

$$\mathbf{s}_{mn}^H \hat{\mathbf{R}}_{mn,0}^{-1} \mathbf{x}_{mn} = c_{mn}^{-1} \left( \mathbf{u}_{mn}^{sx} - \frac{\mathbf{u}_{mn}^{sx} \mathbf{u}_{mn}^x}{1 + \mathbf{u}_{mn}^x} \right) = c_{mn}^{-1} \frac{\mathbf{u}_{mn}^{sx}}{1 + \mathbf{u}_{mn}^x} \quad (36)$$

$$(\mathbf{s}_{mn}^H \hat{\mathbf{R}}_{mn,0}^{-1} \mathbf{s}_{mn})^{-1} = c_{mn} \left( \mathbf{u}_{mn}^s - \frac{|\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2}{1 + \mathbf{u}_{mn}^x} \right)^{-1} \quad (37)$$

因此,将式(36)和(37)代入式(33),并忽略常数项,则得到最终的针对天线分置 MIMO 雷达的贝叶斯 Rao(Bayesian Rao for widely distributed MIMO radar, B-Rao-WDM):

$$t_{\text{B-Rao-WDM}} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{|\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2 / \mathbf{u}_{mn}^s}{(1 + \mathbf{u}_{mn}^x)(1 + \mathbf{u}_{mn}^x - |\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2)} \quad (38)$$

### 2.3 贝叶斯 Wald 检测器

Wald 准则的表达式<sup>[38, 47]</sup>为:

$$t_{\text{Wald}} = (\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{r_1} - \boldsymbol{\Theta}_{r_0})^H \cdot \{ [\mathbf{F}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{r_1})]_{\boldsymbol{\Theta}_r, \boldsymbol{\Theta}_r} \}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{r_1} - \boldsymbol{\Theta}_{r_0}) \quad (39)$$

式中,  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{r_1}$  为  $\boldsymbol{\Theta}_r$  在假设检验  $H_1$  下的估计,  $\boldsymbol{\Theta}_{r_0}$  为  $\boldsymbol{\Theta}_r$  在假设检验  $H_0$  下的值。

将式(20)和式(32)代入式(39),得到  $\mathbf{R}_{mn}$  已知时的贝叶斯 Wald 检测器:

$$t_{\text{Wald}, \mathbf{R}_{mn}} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{\mathbf{s}_{mn}^H \mathbf{R}_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn} |\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2}{(\mathbf{u}_{mn}^s)^2} \quad (40)$$

为得到最终的 Wald 检测器,需要给出假设检验  $H_1$  下  $\mathbf{R}_{mn}$  的贝叶斯估计。令式(10)关于  $\mathbf{R}_{mn}$  的导数等于 0,则得到假设检验  $H_1$  下  $\mathbf{R}_{mn}$  的 MAP 估计为:

$$\hat{\mathbf{R}}_{mn,1} = \frac{1}{L_{mn} + 1} \cdot [(\mathbf{x}_{mn} - \kappa_{mn} \mathbf{s}_{mn})(\mathbf{x}_{mn} - \kappa_{mn} \mathbf{s}_{mn})^H + \boldsymbol{\Phi}_{mn}] \quad (41)$$

将式(20)代入式(41),得:

$$\hat{\mathbf{R}}_{mn,1} = \frac{1}{L_{mn} + 1} \cdot \left[ \left( \mathbf{x}_{mn} - \frac{\mathbf{s}_{mn} \mathbf{u}_{mn}^{sx}}{\mathbf{u}_{mn}^s} \right) \left( \mathbf{x}_{mn} - \frac{\mathbf{s}_{mn} \mathbf{u}_{mn}^{sx}}{\mathbf{u}_{mn}^s} \right)^H + \boldsymbol{\Phi}_{mn} \right] \\ = \frac{1}{L_{mn} + 1} \boldsymbol{\Phi}_{mn}^{1/2} (\mathbf{P}_{s_{mn}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}_{mn} \tilde{\mathbf{x}}_{mn}^H \mathbf{P}_{s_{mn}}^{\perp} + \mathbf{I}_K) \boldsymbol{\Phi}_{mn}^{1/2} \quad (42)$$

式中,  $\mathbf{P}_{s_{mn}}^{\perp} = \mathbf{I}_K - \mathbf{P}_{s_{mn}}^{\sim}$ ;  $\mathbf{P}_{s_{mn}}^{\sim} = \tilde{\mathbf{s}}_{mn} \tilde{\mathbf{s}}_{mn}^H / (\tilde{\mathbf{s}}_{mn}^H \tilde{\mathbf{s}}_{mn})$ ,  $\tilde{\mathbf{s}}_{mn} = \boldsymbol{\Phi}_{mn}^{-1/2} \mathbf{s}_{mn}$ ;  $\tilde{\mathbf{x}}_{mn} = \boldsymbol{\Phi}_{mn}^{-1/2} \mathbf{x}_{mn}$ 。

对式(42)求逆,得:

$$\hat{\mathbf{R}}_{mn,1}^{-1} = (L_{mn} + 1) \boldsymbol{\Phi}_{mn,1}^{-1/2} \cdot \left( \mathbf{I}_K - \frac{\mathbf{P}_{s_{mn}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}_{mn} \tilde{\mathbf{x}}_{mn}^H \mathbf{P}_{s_{mn}}^{\perp}}{1 + \tilde{\mathbf{x}}_{mn}^H \mathbf{P}_{s_{mn}}^{\perp} \tilde{\mathbf{x}}_{mn}} \right) \boldsymbol{\Phi}_{mn,1}^{-1/2} \quad (43)$$

由式(43)得:

$$\mathbf{s}_{mn}^H \hat{\mathbf{R}}_{mn,1}^{-1} \mathbf{s}_{mn} = (L_{mn} + 1) \mathbf{u}_{mn}^s \quad (44)$$

将式(40)代入式(44),并忽略常数项,则得到最终的针对天线分置 MIMO 雷达的贝叶斯 Wald (Bayesian Rao for widely distributed MIMO radar, B-Wald-WDM):

$$t_{\text{B-Wald-WDM}} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{|\mathbf{u}_{mn}^{sx}|^2}{\mathbf{u}_{mn}^s} \quad (45)$$

### 3 检测器性能评估

本节基于仿真数据评估所提贝叶斯检测器 B-GLRT-WDM、B-Rao-WDM、B-Wald-WDM 的检测性能。为了降低计算复杂度,令虚警概率(probability of false alarm, PFA)为  $10^{-3}$ 。为得到检测门限,采用  $10^5$  次数据仿真;为得到检测概率,采用  $10^4$  次数据仿真。贝叶斯标量矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}_{mn}$  的  $(k_1, k_2)$  个元素设置为:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{mn}(k_1, k_2) = \rho_{mn}^{|k_1 - k_2|^2} \quad (46)$$

式中,  $k_1, k_2 = 1, 2, \dots, K$ 。

信噪比定义为:

$$S_{\text{SNR}} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |\kappa_{mn}|^2 \mathbf{s}_{mn}^H \mathbf{\Sigma}_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn} \quad (47)$$

为了验证所提贝叶斯 MIMO 雷达检测器的有效性, 本节也给出了文献[48]中所提出的针对天线分置 MIMO 雷达的 GLRT(GLRT for widely distributed MIMO radar, GLRT-WDM), 其检测统计量为:

$$t_{\text{GLRT-WDM}} = \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \left( \frac{1 + \mathbf{x}_{mn}^H \mathbf{S}_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}}{1 + \mathbf{x}_{mn}^H \mathbf{S}_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn} - \frac{|\mathbf{s}_{mn}^H \mathbf{S}_{mn}^{-1} \mathbf{x}_{mn}|^2}{\mathbf{s}_{mn}^H \mathbf{S}_{mn}^{-1} \mathbf{s}_{mn}}} \right)^{L_{mn}+1} \quad (48)$$

图 1 给出了训练样本数大于系统通道数时贝叶斯检测器和常规检测器的性能比较, 其中, 发射天线数量  $M=2$ , 接收天线数量  $N=2$ , 一个 CPI 内的脉冲数  $K=8$ , 对于不同的发射天线-接收天线对, 贝叶斯自由度设置为  $\mu_{mn} = \{9, 10, 11, 12\}$  (其中  $m=1, 2; n=1, 2$ ), 对于不同的逆威沙特分布的标量矩阵, 令  $\rho_{mn} = \{0.80, 0.86, 0.92, 0.98\}$  (其中  $m=1, 2; n=1, 2$ ), 目标的归一化多普勒频率设置为  $f_{mn} = \{-0.26, -0.24, -0.13, 0.15\}$  (其中  $m=1, 2; n=1, 2$ ), 训练样本数设置为  $L_{mn} = \{8, 9, 10, 11\}$  (其中  $m=1, 2; n=1, 2$ )。

为了行文方便, 记上述参数设置为第 1 组参数设置。从图 1 中的结果可以看出, 贝叶斯 MIMO 雷达检测器的检测性能要远高于常规检测器 GLRT-WDM。在 3 个贝叶斯检测器中, B-GLRT-WDM 具有最高的检测概率。当检测概率为 0.8 时, 相比常规检测器 GLRT-WDM, B-GLRT-WDM 所需的信噪比降低约 12 dB, 即信

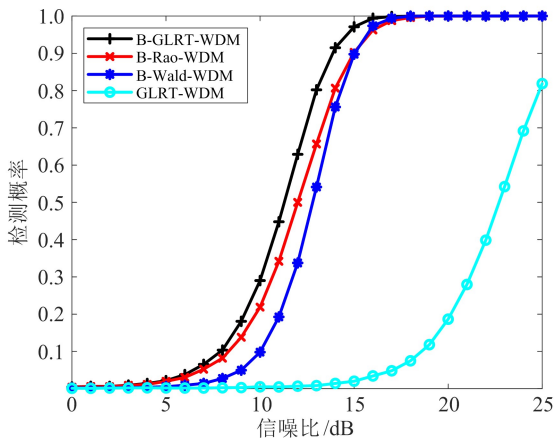


图 1 第 1 组参数设置时, 不同信噪比下各检测器的检测性能  
Fig. 1 Detection performance of the detectors under different SNRs for parameter setting of Group 1

噪比提升约 12 dB。

图 2 中的参数除了逆威沙特分布的自由度, 其他参数均跟图 1 相同, 逆威沙特分布的自由度  $\mu_{mn} = \{15, 16, 17, 18\}$  (其中  $m=1, 2; n=1, 2$ ), 并记作第 2 组参数设置。通过比较图 1 和图 2, 可以看出当逆威沙特分布的自由度增加时, 各贝叶斯检测器的检测器概率均提升, 且检测器 B-GLRT-WDM 的检测概率仍然最高。这主要得益于先验信息更加准确。

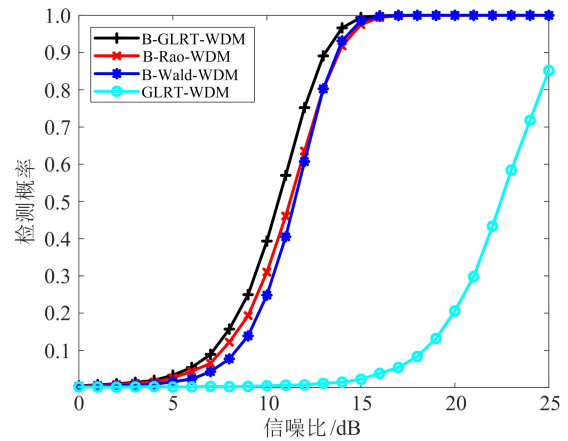


图 2 第 2 组参数设置时, 不同信噪比下各检测器的检测性能  
Fig. 2 Detection performance of the detectors under different SNRs for parameter setting of Group 2

图 3 中的参数, 除了训练样本数有所增加, 其他参数均跟图 1 相同, 设置训练样本数  $L_{mn} = \{15, 16, 17, 18\}$  (其中  $m=1, 2; n=1, 2$ ), 并记作第 3 组参数设置。与图 1 中的结果相比, 可以看出各检测器的检测性能均提高, 常规检测器 GLRT-WDM 的检测概率随着训练样本数的增加而迅速提高, 但仍然比贝叶斯检测器的检测概率要低, 且 B-GLRT-WDM 依然具有最高的检测概率。

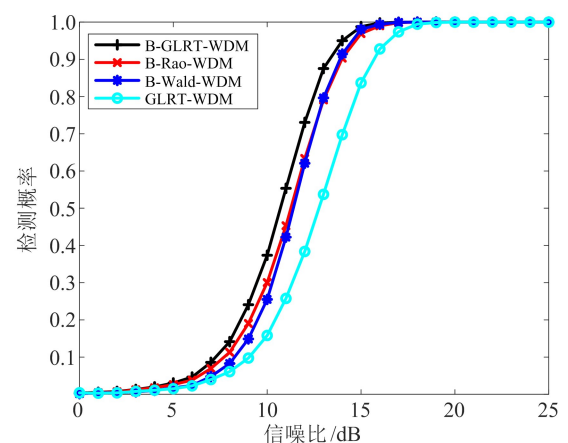


图 3 第 3 组参数设置时, 不同信噪比下各检测器的检测性能  
Fig. 3 Detection performance of the detectors under different SNRs for parameter setting of Group 3

图4中的参数,除了逆威沙特分布的自由度有所增加,其他参数均跟图3相同,设置逆威沙特分布自由度  $\mu_{mn} = \{15, 16, 17, 18\}$  (其中  $m = 1, 2; n = 1, 2$ ), 并记作第4组参数设置。与图3中的结果相比,贝叶斯检测器的检测概率均有所增加,且B-GLRT-WDM的检测概率最高。

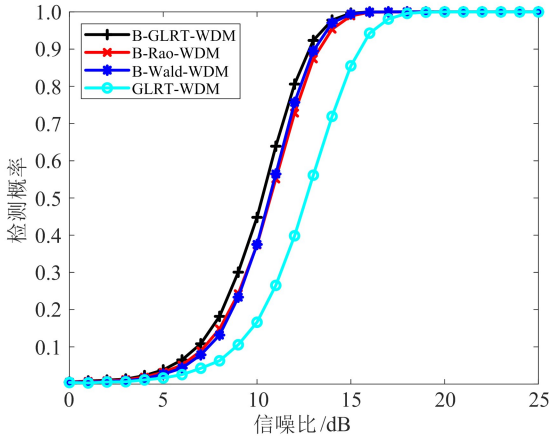


图4 第4组参数设置时,不同信噪比下各检测器的检测性能

Fig. 4 Detection performance of the detectors under different SNRs for parameter setting of Group 4

图5中的参数,除了目标归一化多普勒频率以外,其他参数均与图1相同,设置  $f_{mn} = \{-0.36, -0.34, -0.23, 0.25\}$  (其中  $m = 1, 2; n = 1, 2$ ), 并记作第5组参数设置。对比图1和图5,图5中各检测器的检测概率要高于图1中各检测器的检测概率。这是由于,根据式(46)所示的杂波协方差矩阵结构,杂波的多普勒分量主要集中在零频附近,当目标多普勒频率距离杂波较远时,目标越不容易被杂波湮没,从而更容易被检测到,此时检测器的检测概率也更高。

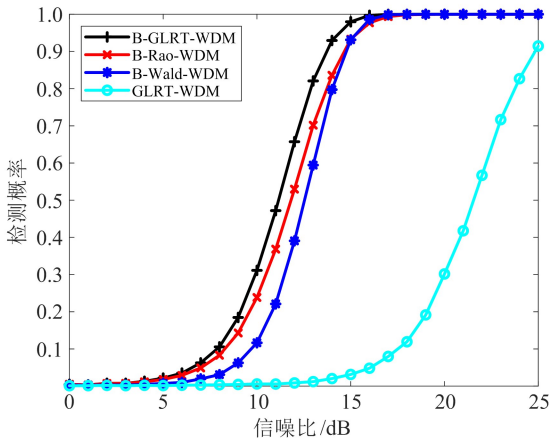


图5 第5组参数设置时,不同信噪比下各检测器的检测性能

Fig. 5 Detection performance of the detectors under different SNRs for parameter setting of Group 5

图6给出了训练样本不足时各贝叶斯检测器的检测性能,与图1中的参数设置相比,仅有训练样本数不同,设置  $L_{mn} = \{6, 6, 7, 7\}$  (其中  $m = 1, 2; n = 1, 2$ ), 并记作第6组参数设置。此时由于采样协方差矩阵奇异,常规检测器GLRT-WDM失效,因此未在仿真图中给出。可以看出,各贝叶斯检测器均能有效检测到目标,且B-GLRT-WDM的检测性能最好。与图1相比,各检测器的检测性能均有所下降,这主要是由于训练样本数下降造成的。

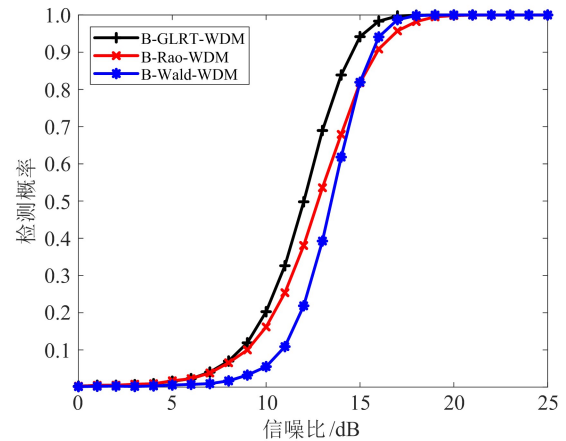


图6 第6组参数设置时,不同信噪比下各检测器的检测性能

Fig. 6 Detection performance of the detectors under different SNRs for parameter setting of Group 6

图7给出了接收天线数量增加时各检测器的检测性能,其中,发射天线数量  $M = 2$ , 接收天线数量  $N = 3$ , 一个CPI内的脉冲数  $K = 8$ , 对于不同的发射天线-接收天线对,贝叶斯自由度  $\mu_{mn} = \{9, 10, 11, 12, 13, 14\}$  (其中  $m = 1, 2, 3; n = 1, 2, 3$ ), 对于逆威沙特标量矩阵,令  $\rho_{mn} = \{0.800,$

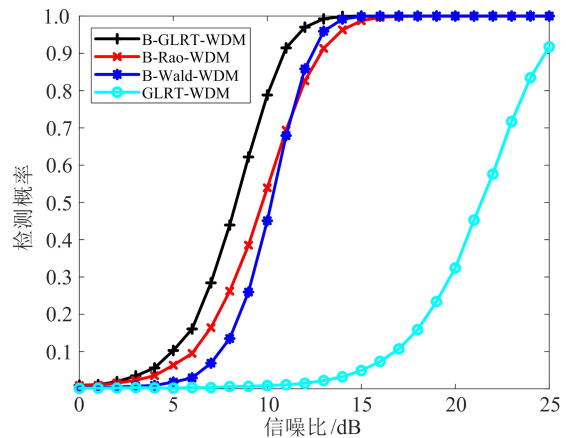


图7 第7组参数设置时,不同信噪比下各检测器的检测性能

Fig. 7 Detection performance of the detectors under different SNRs for parameter setting of Group 7



0.836, 0.872, 0.908, 0.944, 0.980} (其中  $m = 1, 2, 3; n = 1, 2, 3$ ), 目标的归一化多普勒频率  $f_{mn} = \{-0.26, -0.24, -0.13, 0.15, 0.21, 0.43\}$  (其中  $m = 1, 2, 3; n = 1, 2, 3$ ), 训练样本数  $L_{mn} = \{8, 9, 10, 11, 12, 13\}$  (其中  $m = 1, 2, 3; n = 1, 2, 3$ ), 并记作第 7 组参数设置。对比图 1 和图 7 中的结果可以看出, 随着 MIMO 雷达天线数的增加, 检测器的性能也相应提升, 但此时所需要的设备量也增加。

#### 4 结束语

本文研究了训练样本不足时天线分置 MIMO 雷达的目标检测问题, 基于贝叶斯准则, 将杂波协方差矩阵建模为逆威沙特分布, 进而提出了有效贝叶斯检测器 B-GLRT-WDM、B-Rao-WDM 和 B-Wald-WDM。研究结果表明, 上述 3 种检测器均能有效提升 MIMO 雷达在训练样本不足时的检测性能, 且 B-GLRT-WDM 具有最高的检测性能。此外, 检测器的检测性能在下述情况下均提升: 逆威沙特分布自由度增加、训练样本数增加、目标归一化多普勒频率增加、天线个数增加。

#### 参 考 文 献

- [1] LI J, STOICA P. MIMO radar signal processing[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 2008.
- [2] HAIMOVICH A M, BLUM R S, CIMINI L J. MIMO radar with widely separated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(1):116-129.
- [3] LI J, STOICA P. MIMO radar with colocated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5):106-114.
- [4] 张力文, 潘剑, 张右承, 等. 时空域稀疏条件下基于雷达回波时序依赖关系的目标检测[J]. 雷达学报, 2023, 12(2):356-375.  
ZHANG Liwen, PAN Jian, ZHANG Youcheng, et al. Capturing temporal-dependence in radar echo for spatial-temporal sparse target detection[J]. Journal of Radars, 2023, 12(2):356-375. (in Chinese)
- [5] 高畅, 谷丰登, 严俊坤, 等. 多普勒信息辅助的网络化雷达融合检测[J]. 雷达学报, 2023, 12(3):500-515.  
GAO Chang, GU Fengdeng, YAN Junkun, et al. Fusion detection for networked radar aided by Doppler information[J]. Journal of Radars, 2023, 12(3):500-515. (in Chinese)
- [6] 张彦飞, 孙文杰, 孙玉梅, 等. 非高斯杂波中机载多进多出雷达动目标检测[J]. 西安电子科技大学学报, 2020, 47(3):23-31.
- ZHANG Yanfei, SUN Wenjie, SUN Yumei, et al. Detection of the airborne MIMO radar moving target in the non-Gaussian clutter[J]. Journal of Xidian University, 2020, 47(3):23-31. (in Chinese)
- [7] LIU W J, LIU J, HAO C P, et al. Multichannel adaptive signal detection: basic theory and literature review[J]. Science China Information Sciences, 2022, 65(2):121301.
- [8] FISHLER E, HAIMOVICH A, BLUM R S, et al. Spatial diversity in radars: models and detection performance[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(3):823-838.
- [9] SHEIKHI A, ZAMANI A. Temporal coherent adaptive target detection for multi-input multi-output radars in clutter[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2008, 2(2):86-96.
- [10] TANG J, WU Y, PENG Y N, et al. On detection performance of MIMO radar for Rician target [J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2009, 52(8):1456-1465.
- [11] TANG J, LI N, WU Y, et al. On detection performance of MIMO radar: a relative entropy-based study [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(3):184-187.
- [12] AKÇAKAYA M, NEHORAI A. MIMO radar detection and adaptive design under a phase synchronization mismatch[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10):4994-5005.
- [13] HE Q, LEHMANN N H, BLUM R S, et al. MIMO radar moving target detection in homogeneous clutter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(3):1290-1301.
- [14] TAJER A, JAJAMOVICH G H, WANG X D, et al. Optimal joint target detection and parameter estimation by MIMO radar[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(1):127-145.
- [15] WANG P, LI H B, HIMED B. A parametric moving target detector for distributed MIMO radar in non-homogeneous environment[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(9):2282-2294.
- [16] HASSANIEN A, HIMED B, RIGLING B D. Robust moving target detection for distributed MIMO radar in non-homogeneous clutter [C]//Proceedings of 2019 International Radar Conference. [S. l. : s. n.], 2019: 1-6.
- [17] 江胜利, 王鞠庭, 何劲, 等. 基于对角加载的机载 MIMO 雷达自适应匹配滤波检测器[J]. 宇航学报, 2009, 30(5):1979-1984.

- JIANG Shengli, WANG Juting, HE Jin, et al. Adaptive matched filter detectors with diagonal loading for MIMO radars[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(5):1979-1984. (in Chinese)
- [18] 王鞠庭, 江胜利, 何劲, 等. 基于对角加载的机载 MIMO 雷达 GLRT 检测器[J]. *电子学报*, 2009, 37(12):2614-2619.
- WANG Juting, JIANG Shengli, HE Jin, et al. GLRT-detector with diagonal loading for MIMO radars[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(12):2614-2619. (in Chinese)
- [19] 周柱, 张尔扬, 卢树军, 等. 一种基于对角加载的降维多级维纳滤波实现方法[J]. *信号处理*, 2010, 26(5):783-788.
- ZHOU Zhu, ZHANG Eryang, LU Shujun, et al. A kind of multistage wiener filter realization based on diagonal loading [J]. *Journal of Signal Processing*, 2010, 26(5):783-788. (in Chinese)
- [20] LIU D H, ZHAO Y B, CAO C H, et al. A novel reduced-dimensional beamspace unitary ESPRIT algorithm for monostatic MIMO radar[J]. *Digital Signal Processing*, 2021, 40:2950-2966.
- [21] LIU W J, LIU J, HUANG L, et al. Performance analysis of reduced-dimension subspace signal filtering and detection in sample-starved environment[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(1):629-653.
- [22] WANG Z Z, ZHAO Z Q, REN C H, et al. Adaptive detection of point-like targets based on a reduced-dimensional data model[J]. *Signal Processing*, 2019, 158:36-47.
- [23] GAU Y-L, REED I S. An improved reduced-rank CFAR space-time adaptive radar detection algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(8):2139-2146.
- [24] WANG Y L, LIU W J, XIE W C, et al. Reduced-rank space-time adaptive detection for airborne radar [J]. *Science China Information Sciences*, 2014, 57(8):1-11.
- [25] YANG H F, WANG Y L, XIE W C, et al. Persymmetric adaptive target detection without training data in collocated MIMO radar[C]//*Proceedings of 2016 CIE International Conference on Radar*. [S. l. : s. n. ], 2016:1-4.
- [26] LIU J, ORLANDO D, HAO C P, et al. Adaptive detection of multichannel signals exploiting persymmetry[M]. Boca Raton: CRC Press, 2022.
- [27] 许述文, 王喆祥, 水鹏朗. 海杂波背景下雷达目标贝叶斯检测算法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2021, 48(2):15-26.
- XU Shuwen, WANG Zhexiang, SHUI Penglang. Knowledge-based adaptive detection of radar targets in sea clutter background[J]. *Journal of Xidian University*, 2021, 48(2):15-26. (in Chinese)
- [28] 周喆, 刘维建, 吴云韬, 等. 部分均匀环境中训练样本不足时的贝叶斯空间检测器[J]. *信息对抗技术*, 2024, 3(2):38-45.
- ZHOU Zhe, LIU Weijian, WU Yuntao, et al. Bayesian subspace detector with limited training data in partially homogeneous environments[J]. *Information Countermeasure Technology*, 2024, 3(2):38-45. (in Chinese)
- [29] BESSON O, TOURNERET J-Y, BIDON S. Knowledge-aided Bayesian detection in heterogeneous environments[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(5):355-358.
- [30] BIDON S, BESSON O, TOURNERET J-Y. A Bayesian approach to adaptive detection in nonhomogeneous environments [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1):205-217.
- [31] ZHANG T X, CUI G L, KONG L J, et al. Adaptive Bayesian detection using MIMO radar in spatially heterogeneous clutter[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(6):547-550.
- [32] 高永婵, 廖桂生, 朱圣棋. 复合高斯噪声中知识辅助的贝叶斯 Rao 检测方法[J]. *西安电子科技大学学报(自然科学版)*, 2013, 40(6):46-51.
- GAO Yongchan, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi. Knowledge-aided Bayesian Rao detection approach in compound Gaussian noise[J]. *Journal of Xidian University*, 2013, 40(6):46-51. (in Chinese)
- [33] LIU J, HAN J W, ZHANG Z J, et al. Bayesian detection for MIMO radar in Gaussian clutter [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(24):6549-6559.
- [34] LI N, YANG H N, CUI G L, et al. Adaptive two-step Bayesian MIMO detectors in compound-Gaussian clutter[J]. *Signal Processing*, 2019, 161:1-13.
- [35] HUANG B, WANG W Q, ORLANDO D, et al. Bayesian detection of distributed targets for FDA-MIMO radar in Gaussian interference[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2022, 29:2168-2172.
- [36] LI H B, WANG Z, LIU J, et al. Moving target detection in distributed MIMO radar on moving platforms [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2015, 9(8):1524-1535.
- [37] LIU J, LI H B, HIMED B. Persymmetric adaptive target detection with distributed MIMO radar [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(1):372-382.

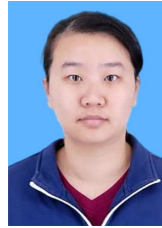
- [38] LIU W J, WANG Y L, XIE W C. Fisher information matrix, Rao test, and Wald test for complex-valued signals and their applications[J]. *Signal Processing*, 2014, 94(1):1-5.
- [39] SUN M R, LIU W J, LIU J, et al. Rao and Wald tests for target detection in coherent interference[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(3):1906-1921.
- [40] REED I S, MALLETT J D, BRENNAN L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1974 (6):853-863.
- [41] DE MAIO A, FARINA A, FOGLIA G. Knowledge-aided Bayesian radar detectors & their application to live data[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1):170-183.
- [42] WANG P, LI H B, HIMED B. A Bayesian parametric test for multichannel adaptive signal detection in non-homogeneous environments[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(4):351-354.
- [43] BANDIERA F, BESSON O, RICCI G. Knowledge-aided covariance matrix estimation and adaptive detection in compound-Gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(10):5390-5396.
- [44] HONG L, DAI F Z, ZHANG B. Bayesian detectors for wideband radar target with range walking in compound Gaussian clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(3):3038-3054.
- [45] TAGUE J A, CALDWELL C I. Expectations of useful complex wishart forms[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 1994, 5(3):263-279.
- [46] LIU W J, XIE W C, LIU J, et al. Adaptive double subspace signal detection in Gaussian background: part I: homogeneous environments[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9):2345-2357.
- [47] SUN M R, LIU W J, LIU J, et al. Complex parameter Rao, Wald, Gradient, and Durbin tests for multi-channel signal detection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70:117-131.
- [48] LIU J, ZHANG Z J, CAO Y H, et al. A closed-form expression for false alarm rate of adaptive MIMO-GLRT detector with distributed MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(9):2771-2776.

## 作者简介

### 周 喆

女,1984年生,硕士研究生,研究方向为雷达信号处理和目标检测

E-mail:maggiezhouzhe@163.com



### 刘维建

男,1982年生,博士,副教授,省部级青年科技英才,研究方向为雷达目标检测和阵列信号处理

E-mail:liuvjian@163.com



### 吴云韬

男,1973年生,博士,教授,博士研究生导师,研究方向为参数估计、阵列信号处理

E-mail:ytwu@sina.com



### 郑岱堃

男,1986年生,博士,讲师,研究方向为雷达信号处理、雷达目标检测与跟踪

E-mail:zheng\_af@163.com



### 巩朋成

男,1982年生,博士,副教授,研究方向为阵列信号处理、MIMO 雷达和数学优化理论

E-mail:gpcheng03@163.com



责任编辑 钱 静